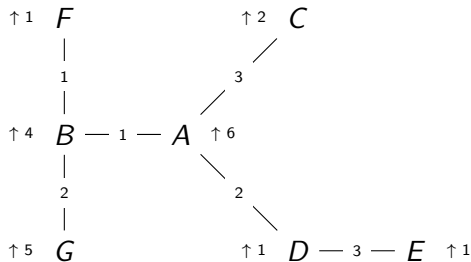


Tamirs Algorithmus für das p -Median Problem auf Bäumen

Angelika Schwarz

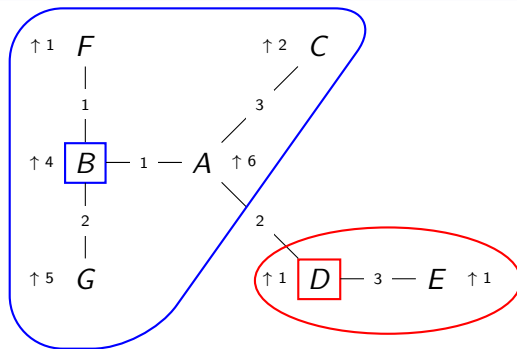
18.7.2013

Motivation



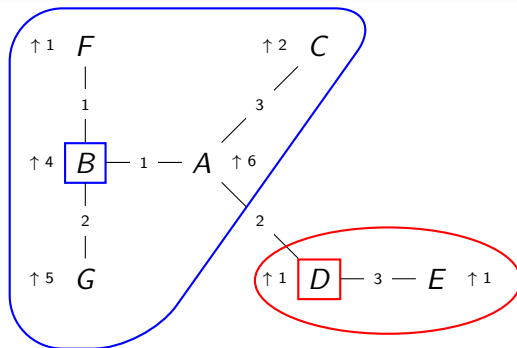
- Trade-Off:
Aufrüstungskosten $\leftrightarrow$
Transportkosten
- Vorgabe: 1 oder 2
Standorte dürfen zu
Logistikzentren
aufgerüstet werden.

Motivation



- Trade-Off:
Aufrüstkosten $\leftrightarrow$
Transportkosten
- Vorgabe: 1 oder 2
Standorte dürfen zu
Logistikzentren
aufgerüstet werden.

Motivation



- Trade-Off:
Aufrüstungskosten $\leftrightarrow$
Transportkosten
- Vorgabe: 1 oder 2
Standorte dürfen zu
Logistikzentren
aufgerüstet werden.

p im p -Median Problem

Aufgabenstellung

Definition: Das p -Median Problem auf Bäumen

Wähle in einen Baum eine Menge zwischen 1 und p viele Knoten so aus, dass die Aufrüstungskosten dieser Knoten zu Logistikzentren und die Gesamttransportkosten von Knoten zu ihrem nächstbesten Logistikzentrum minimiert werden.

Aufgabenstellung (formal)

Definition: Das p -Median Problem auf Bäumen

Finde für einen Baum $T = (V, E)$ eine Menge $V_{\text{Logistik}} \subseteq V$ mit $1 \leq |V_{\text{Logistik}}| \leq p$, so dass

$$\sum_{v_j \in V_{\text{Logistik}}} c^{\uparrow v_j} + \sum_{v_i \in V} \min_{v_j \in V_{\text{Logistik}}} c^{v_i \rightarrow v_j}$$

minimal wird.

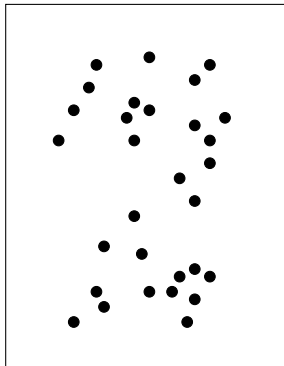
Dabei bezeichnen

- $c^{\uparrow v_j}$ die Aufrüstungskosten von v_j
- $c^{v_i \rightarrow v_j}$ die Transportkosten von v_i nach v_j als gewichtete Distanz $f_i(d(v_i, v_j))$.

Quelle

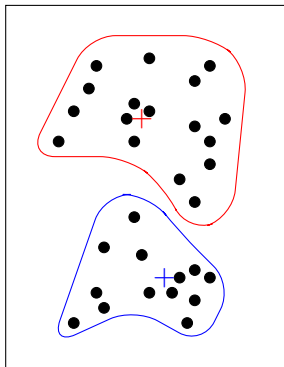
Arie Tamir: An $\mathcal{O}(pn^2)$ algorithm for the p -median and related problems on tree graphs, 1996

p -Median?



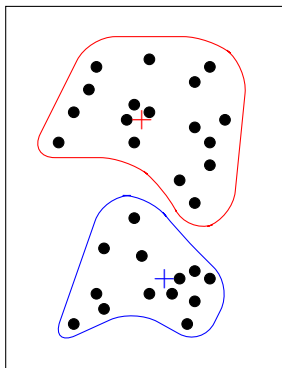
- partitionierender Clustering-Algorithmus

p -Median?



- partitionierender Clustering-Algorithmus

p -Median?



- partitionierender Clustering-Algorithmus
- $p \rightarrow$ maximale Clusteranzahl
- Logistikzentrum $\rightarrow$ Clusterzentrum
- Median $\rightarrow$ ein (schon bestehender) Knoten wird aufgewertet

p -Median-Problem

- für allgemeine Graphen: NP-Härte
- Vereinfachungen:
 - p fixieren
 - Graph einschränken

Übersicht

Tamirs Algorithmus erwartet

- *binären* Baum
- sortierte Distanzlisten von jedem Knoten zu jedem anderen Knoten

TODO-Liste

- Baum $\rightsquigarrow$ binärer Baum
- Distanzlisten erstellen
- Tamirs Algorithmus

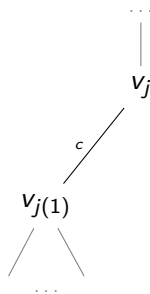
Transformation eines Baums in einen binären Baum

- Baumstruktur
 - Knoten mit genau einem Kind
 - Knoten mit mehr als zwei Kindern
- Ziel
 - Clustering verändert sich nicht
 - Hilfsknoten dürfen kein Logistikzentrum werden

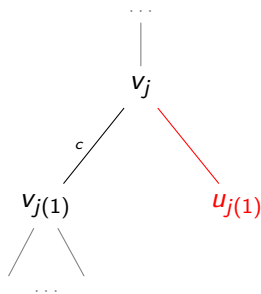
Knoten mit genau einem Kind



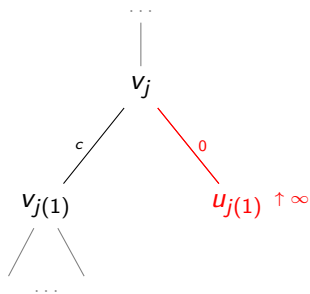
Knoten mit genau einem Kind



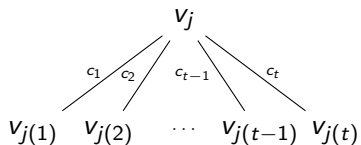
Knoten mit genau einem Kind



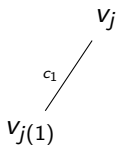
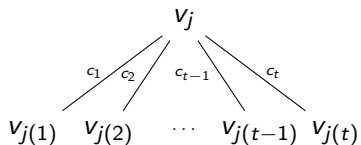
Knoten mit genau einem Kind



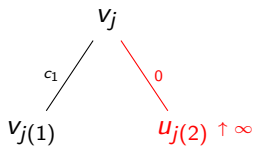
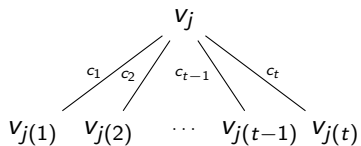
Knoten mit mehr als zwei Kindern



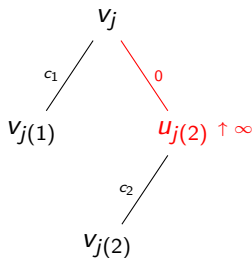
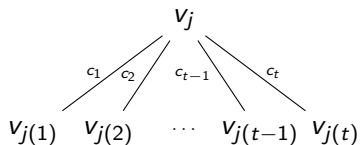
Knoten mit mehr als zwei Kindern



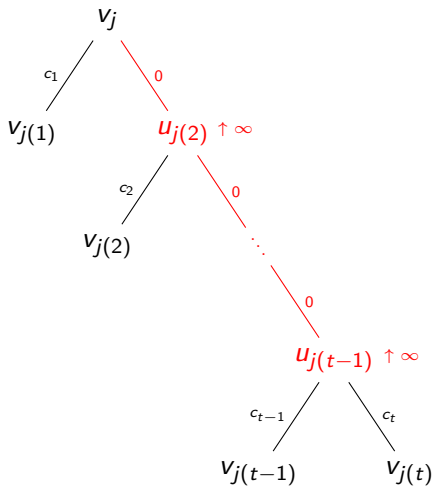
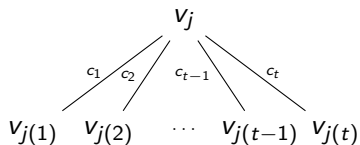
Knoten mit mehr als zwei Kindern



Knoten mit mehr als zwei Kindern



Knoten mit mehr als zwei Kindern



Hilfsknoten

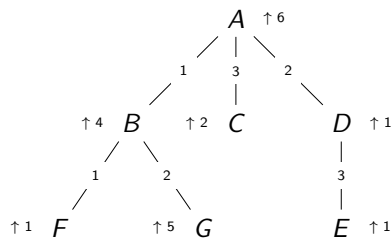
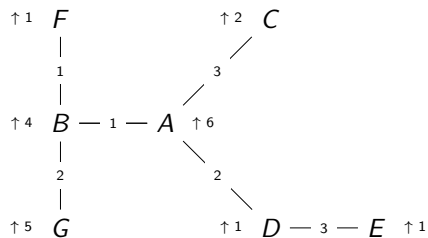
Für einen Hilfsknoten v_j setze:

- Aufrüstungskosten: ∞
- neue Kanten: 0
- gewichtete Distanz (Transportkosten): $f_j(d(v_j, v_i)) = 0$

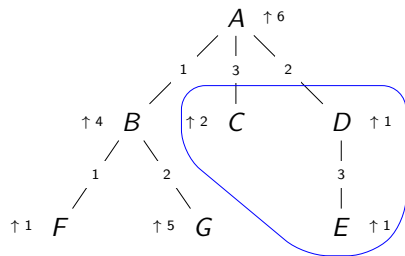
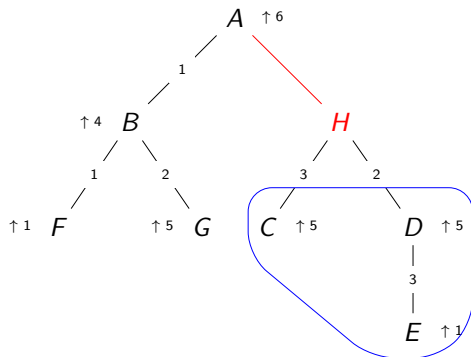
Satz

Das Lösen des p -Median Problems auf dem transformierten binären Baum ist äquivalent zum Lösen des p -Median Problems auf dem Originalbaum.

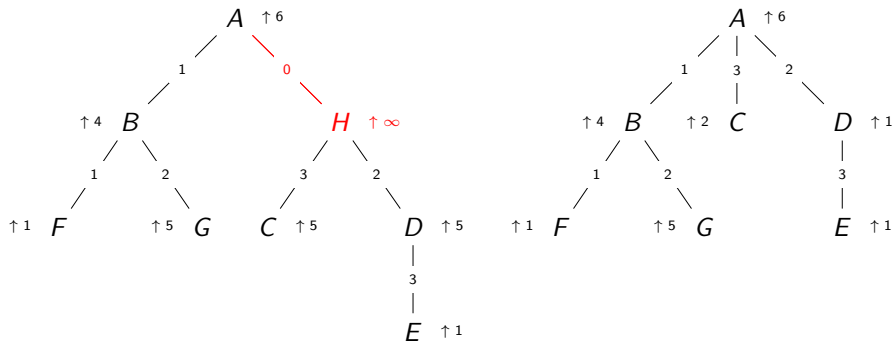
Transformation eines Baums in einen binären Baum



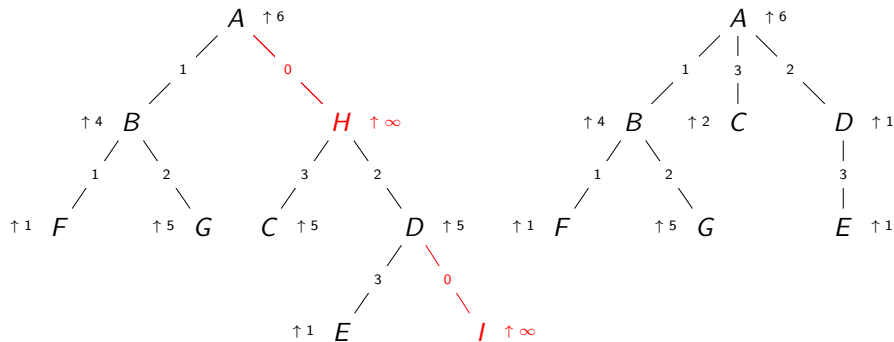
Transformation eines Baums in einen binären Baum



Transformation eines Baums in einen binären Baum



Transformation eines Baums in einen binären Baum



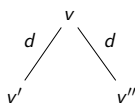
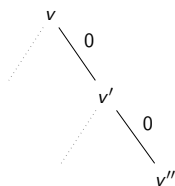
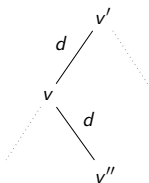
Übersicht

TODO-Liste

- Baum $\rightsquigarrow$ binärer Baum ✓
- Distanzlisten erstellen
- Tamirs Algorithmus

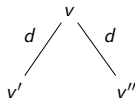
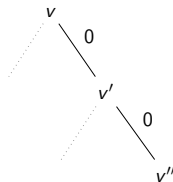
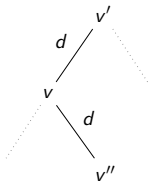
Distanzlisten

- Ziel:
 - zu jedem Knoten v eine Distanzliste L_v zu allen anderen Knoten
 - L_v ist aufsteigend sortiert
- Probleme:
 - Knoten mit gleicher Distanz
 - Nullkanten



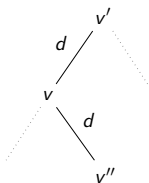
Distanzlisten

- L_v ist aufsteigend sortiert
- $L_v[1] = 0^{v \rightarrow v}$
- Nachfahren vor Nicht-Nachfahren
- nahe Nachfahren vor entfernten Nachfahren
- Schreibweise: $d^{v_i \rightarrow v_j}$ statt $d(v_i, v_j)$

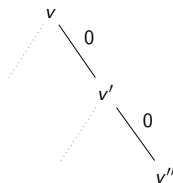


Distanzlisten

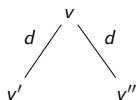
- L_v ist aufsteigend sortiert
- $L_v[1] = 0^{v \rightarrow v}$
- Nachfahren vor Nicht-Nachfahren
- nahe Nachfahren vor entfernten Nachfahren
- Schreibweise: $d^{v_i \rightarrow v_j}$ statt $d(v_i, v_j)$



$$L_v = [\dots, d^{v \rightarrow v''}, d^{v \rightarrow v'}, \dots]$$

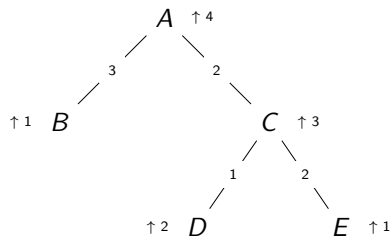


$$L_v = [0^{v \rightarrow v}, d^{v \rightarrow v'}, d^{v \rightarrow v''}, \dots]$$



Reihenfolge beliebig

Distanzlisten - Beispiel



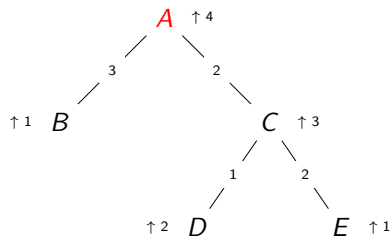
Sortierkriterien:

- aufsteigende Distanzen
- Nachfahren vor Nicht-Nachfahren
- nahe Nachfahren vor entfernten Nachfahren

$$L_A = \begin{bmatrix} & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \end{bmatrix}$$

$$L_C = \begin{bmatrix} & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \end{bmatrix}$$

Distanzlisten - Beispiel



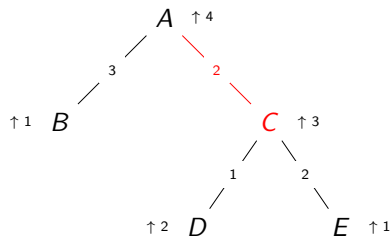
Sortierkriterien:

- aufsteigende Distanzen
- Nachfahren vor Nicht-Nachfahren
- nahe Nachfahren vor entfernten Nachfahren

$$L_A = \begin{bmatrix} 0^{A \rightarrow A}, & \end{bmatrix}$$

$$L_C = \begin{bmatrix} & \end{bmatrix}$$

Distanzlisten - Beispiel



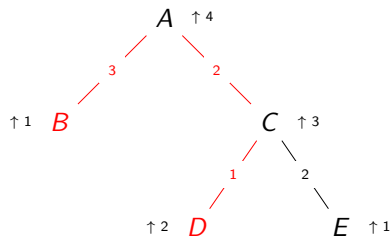
Sortierkriterien:

- aufsteigende Distanzen
- Nachfahren vor Nicht-Nachfahren
- nahe Nachfahren vor entfernten Nachfahren

$$L_A = \left[0^{A \rightarrow A}, 2^{A \rightarrow C}, \right]$$

$$L_C = \left[\right]$$

Distanzlisten - Beispiel



Sortierkriterien:

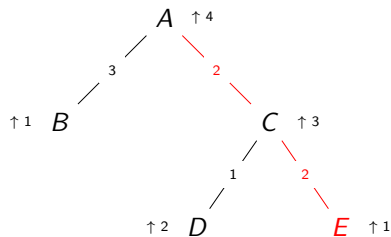
- aufsteigende Distanzen
- Nachfahren vor Nicht-Nachfahren
- nahe Nachfahren vor entfernten Nachfahren

$$L_A = [0^{A \rightarrow A}, 2^{A \rightarrow C}, 3^{A \rightarrow B}, 3^{A \rightarrow D}, \quad]$$

$$L_C = [\quad]$$

Reihenfolge beliebig

Distanzlisten - Beispiel



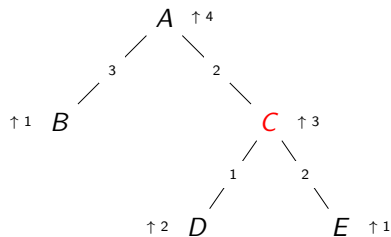
Sortierkriterien:

- aufsteigende Distanzen
- Nachfahren vor Nicht-Nachfahren
- nahe Nachfahren vor entfernten Nachfahren

$$L_A = [0^{A \rightarrow A}, 2^{A \rightarrow C}, 3^{A \rightarrow B}, 3^{A \rightarrow D}, 4^{A \rightarrow E}]$$

$$L_C = [$$

Distanzlisten - Beispiel



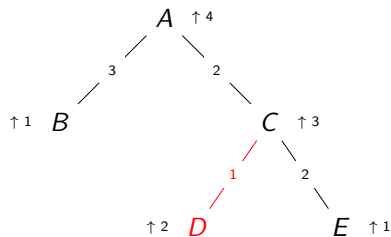
Sortierkriterien:

- aufsteigende Distanzen
- Nachfahren vor Nicht-Nachfahren
- nahe Nachfahren vor entfernten Nachfahren

$$L_A = [0^{A \rightarrow A}, 2^{A \rightarrow C}, 3^{A \rightarrow B}, 3^{A \rightarrow D}, 4^{A \rightarrow E}]$$

$$L_C = [0^{C \rightarrow C},$$

Distanzlisten - Beispiel



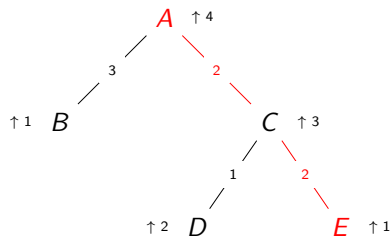
Sortierkriterien:

- aufsteigende Distanzen
- Nachfahren vor Nicht-Nachfahren
- nahe Nachfahren vor entfernten Nachfahren

$$L_A = [0^{A \rightarrow A}, 2^{A \rightarrow C}, 3^{A \rightarrow B}, 3^{A \rightarrow D}, 4^{A \rightarrow E}]$$

$$L_C = [0^{C \rightarrow C}, 1^{C \rightarrow D}, \quad \quad \quad]$$

Distanzlisten - Beispiel



Sortierkriterien:

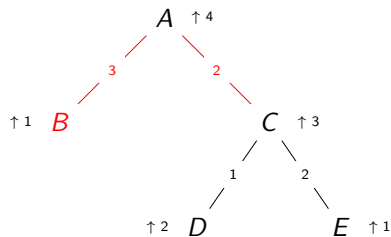
- aufsteigende Distanzen
- Nachfahren vor Nicht-Nachfahren
- nahe Nachfahren vor entfernten Nachfahren

$$L_A = [0^{A \rightarrow A}, 2^{A \rightarrow C}, 3^{A \rightarrow B}, 3^{A \rightarrow D}, 4^{A \rightarrow E}]$$

$$L_C = [0^{C \rightarrow C}, 1^{C \rightarrow D}, 2^{C \rightarrow E}, 2^{C \rightarrow A},]$$

Nachfahren vor Nicht-Nachfahren

Distanzlisten - Beispiel



Sortierkriterien:

- aufsteigende Distanzen
- Nachfahren vor Nicht-Nachfahren
- nahe Nachfahren vor entfernten Nachfahren

$$L_A = [0^{A \rightarrow A}, 2^{A \rightarrow C}, 3^{A \rightarrow B}, 3^{A \rightarrow D}, 4^{A \rightarrow E}]$$

$$L_C = [0^{C \rightarrow C}, 1^{C \rightarrow D}, 2^{C \rightarrow E}, 2^{C \rightarrow A}, 5^{C \rightarrow B}]$$

Übersicht

TODO-Liste

- Baum $\rightsquigarrow$ binärer Baum ✓
- Distanzlisten erstellen ✓
- Tamirs Algorithmus

Notation

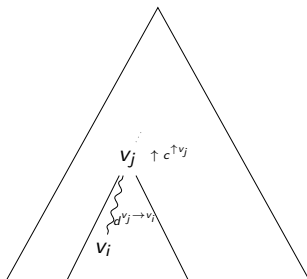
$L_{v_j}[k]$ k -ter Eintrag in der Distanzliste von v_j von der Form $L_{v_j}[k] = d^{v_j \rightarrow v_i}$

$c^{\uparrow v_j}$ Aufrüstungskosten

$c^{v_j \rightarrow v_i}$ Transportkosten, $c^{v_j \rightarrow v_i} = f_j(d^{v_j \rightarrow v_i})$

T_j Teilbaum mit v_j als Wurzel

V_j Knotenmenge in T_j



Notation

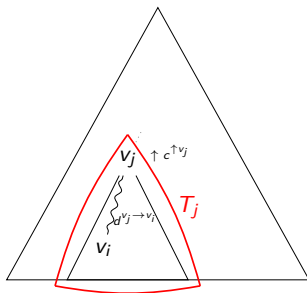
$L_{v_j}[k]$ k -ter Eintrag in der Distanzliste von v_j von der Form $L_{v_j}[k] = d^{v_j \rightarrow v_i}$

$c^{\uparrow v_j}$ Aufrüstungskosten

$c^{v_j \rightarrow v_i}$ Transportkosten, $c^{v_j \rightarrow v_i} = f_j(d^{v_j \rightarrow v_i})$

T_j Teilbaum mit v_j als Wurzel

V_j Knotenmenge in T_j



Idee

- dynamische Programmierung
 - bottom-up-Ansatz
 - definiere Wert einer optimalen Lösung für Blätter
 - berechne Wert einer optimalen Lösung für innere Knoten aus schon berechneten Teillösungen
 - konstruiere eine zugehörige Lösung (Logistikzentren, Transportwege)
- finde *eine* Lösung mit dem optimalen Wert

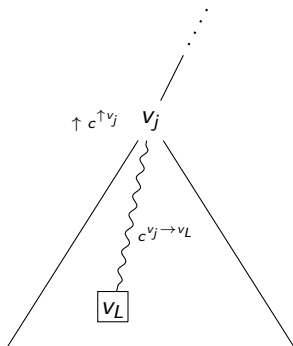
Übersicht

TODO-Liste

- Baum $\rightsquigarrow$ binärer Baum ✓
- Distanzlisten erstellen ✓
- Tamirs Algorithmus
 - Blätter
 - innere Knoten
 - Lösungskonstruktion

Struktur einer optimalen Lösung

Aus Sicht eines Knotens v_j :

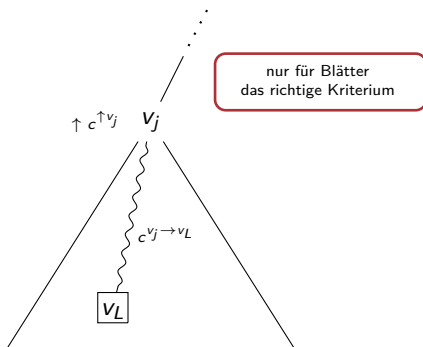


Wann wird v Logistikzentrum?

- Aufrüstungskosten $<$ Transportkosten?
- definiere Teillösungen in Abhängigkeit von
 - aktuellem Wurzelknoten des Teilbaums
 - Anzahl Logistikzentren im aktuellen Teilbaum
 - Distanz zum nächsten Logistikzentrum

Struktur einer optimalen Lösung

Aus Sicht eines Knotens v_j :



Wann wird v Logistikzentrum?

- Aufrüstungskosten $<$ Transportkosten?
- definiere Teillösungen in Abhängigkeit von
 - aktuellem Wurzelknoten des Teilbaums
 - Anzahl Logistikzentren im aktuellen Teilbaum
 - Distanz zum nächsten Logistikzentrum

$G(v_j, q, d)$

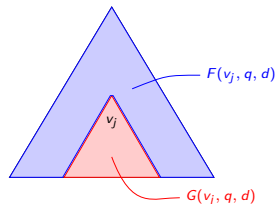
- v_j ist Wurzel des Teilproblems
- $1 \leq q \leq p$ viele Logistikzentren in T_j
- Distanz zum nächstbesten Logistikzentrum in T_j von *höchstens* d

 $F(v_j, q, d)$

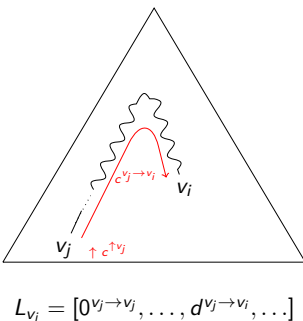
- v_j ist Wurzel des Teilproblems
- $0 \leq q \leq p$ viele Logistikzentren in T_j
- Distanz bis zum nächstbesten Logistikzentrum in $T_1 - T_j$ von *genau* $d = d^{v_j \rightarrow v_L}$
- Aufrüstungskosten für v_L nicht eingerechnet

Bemerkungen:

- Lösungswert für Gesamtproblem:
 $G(v_1, p, L_{v_1}[|V|])$
- $G(v_j, q, d)$, $d = d^{v_j \rightarrow v_i}$, $v_i \notin T_j$?



Blätter



- v_j wird Logistikzentrum
 $G(v_j, 1, L_{v_j}[k]) = c^{\uparrow v_j}$
- Transport zu Logistikzentrum, $k > 1$
 $F(v_j, 0, L_{v_j}[k]) = f_j(L_{v_j}[k]) = c^{v_j \rightarrow v_i}$
- Wert einer optimalen Lösung,
 $k = 2, \dots, |V|$

$$F(v_j, 1, L_{v_j}[k]) = \min \{ G(v_j, 1, L_{v_j}[k]), F(v_j, 0, L_{v_j}[k]) \}$$

$$= \min \{ c^{\uparrow v_j}, c^{v_j \rightarrow v_i} \}$$

A diagram of a triangle. Inside the triangle, there is a red path that starts at a point labeled v_j at the bottom left, goes up and to the right, then curves down and to the right to a point labeled v_i . A red arrow points from v_j to v_i along this path, labeled $c^{v_j \rightarrow v_i}$. Above the red path, there is a wavy line that also starts at v_j and ends at v_i . Below the v_j label, there is a red arrow pointing up, labeled $c^{\uparrow v_j}$.

$$L_{v_i} = [0^{v_j \rightarrow v_i}, \dots, d^{v_j \rightarrow v_i}, \dots]$$

- v_j wird Logistikzentrum
 $G(v_j, 1, L_{v_j}[k]) = c^{\uparrow v_j}$
 - Transport zu Logistikzentrum, $k > 1$
 $F(v_j, 0, L_{v_j}[k]) = f_j(L_{v_j}[k]) = c^{v_j \rightarrow v_i}$
 - Wert einer optimalen Lösung,
 $k = 2, \dots, |V|$

$$F(v_j, 1, L_{v_j}[k]) = \min \{ G(v_j, 1, L_{v_j}[k]), F(v_j, 0, L_{v_j}[k]) \}$$

$$= \min \{ c^{\uparrow v_j}, c^{v_j \rightarrow v_i} \}$$
- Richtung merken für
Lösungskonstruktion

Richtung merken für
Lösungskonstruktion

Tamirs Algorithmus

1. Blätter

gehe für jedes Blatt v_j die Liste L_{v_j} durch mit $L_{v_j}[k] \equiv d^{v_j \rightarrow v_i}$ und $f_j(d^{v_j \rightarrow v_i}) = c^{v_j \rightarrow v_i}$

a) Kosten, wenn v_j Logistikzentrum wird

$$G(v_j, 1, L_{v_j}[k]) = c^{\uparrow v_j}$$

b) $v_i \in V - \{v_j\}$: Anschluss an höherliegendes Logistikzentrum

$$F(v_j, 0, L_{v_j}[k]) = c^{v_j \rightarrow v_i}$$

c) Wert einer optimalen Lösung für $k > 1$

$$F(v_j, 1, L_{v_j}[k]) = \min\{G(v_j, 1, L_{v_j}[k]), F(v_j, 0, L_{v_j}[k])\}$$

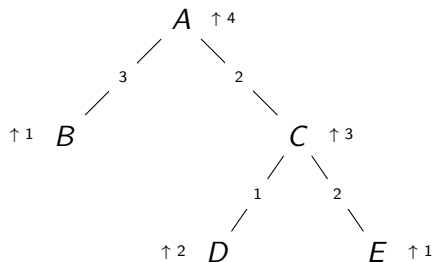
2. innere Knoten

3. konstruiere Lösung

Tamirs Algorithmus - Beispiel

Vorgaben:

- $p = 2$
- $f_i(d^{v_i \rightarrow v_j}) = d^{v_i \rightarrow v_j}$



Blatt B :

q		$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0					
	1					
G	1					

Blatt D :

q		$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0					
	1					
G	1					

Blatt E :

q		$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0					
	1					
G	1					

gehe für jedes Blatt v_j die Liste L_{v_j} durch mit $L_{v_j}[k] \equiv d^{v_j \rightarrow v_i}$ und $f_j(d^{v_j \rightarrow v_i}) = c^{v_j \rightarrow v_i}$

a) Kosten, wenn v_j Logistikzentrum wird

$$G(v_j, 1, L_{v_j}[k]) = c^{\uparrow v_j}$$

Blatt B :

q		$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0					
	1					
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D :

q		$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0					
	1					
G	1					

Blatt E :

q		$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0					
	1					
G	1					

a) Kosten, wenn B Logistikzentrum wird

$$G(B, 1, L_B[k]) = c^{\uparrow B} = 1$$

Blatt B :

q		$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—				
	1					
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D :

q		$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0					
	1					
G	1					

Blatt E :

q		$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0					
	1					
G	1					

gehe für jedes Blatt v_j die Liste L_{v_j} durch mit $L_{v_j}[k] \equiv d^{v_j \rightarrow v_i}$ und $f_j(d^{v_j \rightarrow v_i}) = c^{v_j \rightarrow v_i}$

b) $v_i \in V - \{v_j\}$: Anschluss an höherliegendes Logistikzentrum

$$F(v_j, 0, L_{v_j}[k]) = c^{v_j \rightarrow v_i}$$

Blatt B :

q		$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—				
	1					
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D :

q		$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0					
	1					
G	1					

Blatt E :

q		$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0					
	1					
G	1					

b) $v_i \in \{A, C, D, E\}$: Anschluss an höherliegendes Logistikzentrum

$$F(B, 0, d^{B \rightarrow v_i}) = d^{B \rightarrow v_i}$$

Blatt B :

q		$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1					
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D :

q		$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0					
	1					
G	1					

Blatt E :

q		$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0					
	1					
G	1					

b) $v_i \in \{A, C, D, E\}$: Anschluss an höherliegendes Logistikzentrum

$$F(B, 0, d^{B \rightarrow v_i}) = d^{B \rightarrow v_i}$$

Blatt B :

q		$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1					
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D :

q		$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0					
	1					
G	1					

Blatt E :

q		$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0					
	1					
G	1					

gehe für jedes Blatt v_j die Liste L_{v_j} durch mit $L_{v_j}[k] \equiv d^{v_j \rightarrow v_i}$ und $f_j(d^{v_j \rightarrow v_i}) = c^{v_j \rightarrow v_i}$

c) Wert einer optimalen Lösung für $k > 1$

$$F(v_j, 1, L_{v_j}[k]) = \min\{G(v_j, 1, L_{v_j}[k]), F(v_j, 0, L_{v_j}[k])\}$$

Blatt B :

q		$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—				
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D :

q		$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0					
	1					
G	1					

Blatt E :

q		$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0					
	1					
G	1					

gehe für jedes Blatt v_j die Liste L_{v_j} durch mit $L_{v_j}[k] \equiv d^{v_j \rightarrow v_i}$ und $f_j(d^{v_j \rightarrow v_i}) = c^{v_j \rightarrow v_i}$

c) Wert einer optimalen Lösung für $k > 1$

$$F(v_j, 1, L_{v_j}[k]) = \min\{G(v_j, 1, L_{v_j}[k]), F(v_j, 0, L_{v_j}[k])\}$$

Blatt B :

q		$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—				
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D :

q		$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0					
	1					
G	1					

Blatt E :

q		$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0					
	1					
G	1					

c) Wert einer optimalen Lösung für $k > 1$

$$F(B, 1, L_B[k]) = \min\{G(B, 1, L_B[k]), F(B, 0, L_B[k])\}$$

Blatt B :

q		$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—				
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D :

q		$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0					
	1					
G	1					

Blatt E :

q		$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0					
	1					
G	1					

c) Wert einer optimalen Lösung

$$F(B, 1, L_B[2]) = \min\{G(B, 1, L_B[2]), F(B, 0, L_B[2])\}$$

Blatt B :

q		$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1			
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D :

q		$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0					
	1					
G	1					

Blatt E :

q		$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0					
	1					
G	1					

c) Wert einer optimalen Lösung

$$F(B, 1, L_B[2]) = \min\{G(B, 1, L_B[2]), F(B, 0, L_B[2])\}$$

Blatt B :

q		$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1		
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D :

q		$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0					
	1					
G	1					

Blatt E :

q		$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0					
	1					
G	1					

c) Wert einer optimalen Lösung

$$F(B, 1, L_B[3]) = \min\{G(B, 1, L_B[3]), F(B, 0, L_B[3])\}$$

Blatt B :

q		$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D :

q		$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0					
	1					
G	1					

Blatt E :

q		$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0					
	1					
G	1					

c) Wert einer optimalen Lösung

$$F(B, 1, L_B[4]) = \min\{G(B, 1, L_B[4]), F(B, 0, L_B[4])\}$$

Blatt B :

q		$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D :

q		$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0					
	1					
G	1					

Blatt E :

q		$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0					
	1					
G	1					

c) Wert einer optimalen Lösung

$$F(B, 1, L_B[5]) = \min\{G(B, 1, L_B[5]), F(B, 0, L_B[5])\}$$

Blatt B:

q		$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D:

q		$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0					
	1					
G	1					

Blatt E:

q		$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0					
	1					
G	1					

gehe für jedes Blatt v_j die Liste L_{v_j} durch mit $L_{v_j}[k] \equiv d^{v_j \rightarrow v_i}$ und $f_j(d^{v_j \rightarrow v_i}) = c^{v_j \rightarrow v_i}$

a) Kosten, wenn v_j Logistikzentrum wird

$$G(v_j, 1, L_{v_j}[k]) = c^{\uparrow v_j}$$

Blatt B :

q		$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D :

q		$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0					
	1					
G	1	2	2	2	2	2

Blatt E :

q		$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0					
	1					
G	1					

a) Kosten, wenn D Logistikzentrum wird

$$G(B, 1, L_D[k]) = c^{\uparrow D} = 2$$

Blatt B :

q		$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D :

q		$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0					
	1					
G	1	2	2	2	2	2

Blatt E :

q		$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0					
	1					
G	1	1	1	1	1	1

a) Kosten, wenn E Logistikzentrum wird

$$G(B, 1, L_D[E]) = c^{\uparrow E} = 1$$

Blatt B:

q		$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D:

q		$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0					
	1					
G	1	2	2	2	2	2

Blatt E:

q		$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0					
	1					
G	1	1	1	1	1	1

gehe für jedes Blatt v_j die Liste L_{v_j} durch mit $L_{v_j}[k] \equiv d^{v_j \rightarrow v_i}$ und $f_j(d^{v_j \rightarrow v_i}) = c^{v_j \rightarrow v_i}$

b) $v_i \in V - \{v_j\}$: Anschluss an höherliegendes Logistikzentrum

$$F(v_j, 0, L_{v_j}[k]) = c^{v_j \rightarrow v_i}$$

Blatt B :

q		$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D :

q		$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0	—	1	3	3	6
	1					
G	1	2	2	2	2	2

Blatt E :

q		$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0					
	1					
G	1	1	1	1	1	1

b) $v_i \in \{A, B, C, E\}$: Anschluss an höherliegendes Logistikzentrum

$$F(D, 0, d^{D \rightarrow v_i}) = d^{D \rightarrow v_i}$$

Blatt B :

q		$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D :

q		$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0	—	1	3	3	6
	1					
G	1	2	2	2	2	2

Blatt E :

q		$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0	—	2	3	4	7
	1					
G	1	1	1	1	1	1

b) $v_i \in \{A, B, C, D\}$: Anschluss an höherliegendes Logistikzentrum

$$F(E, 0, d^{E \rightarrow v_i}) = d^{E \rightarrow v_i}$$

Blatt B:

q		$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D:

q		$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0	—	1	3	3	6
	1	—				
G	1	2	2	2	2	2

Blatt E:

q		$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0	—	2	3	4	7
	1	—				
G	1	1	1	1	1	1

gehe für jedes Blatt v_j die Liste L_{v_j} durch mit $L_{v_j}[k] \equiv d^{v_j \rightarrow v_i}$ und $f_j(d^{v_j \rightarrow v_i}) = c^{v_j \rightarrow v_i}$

c) Wert einer optimalen Lösung für $k > 1$

$$F(v_j, 1, L_{v_j}[k]) = \min\{G(v_j, 1, L_{v_j}[k]), F(v_j, 0, L_{v_j}[k])\}$$

Blatt B:

q		$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D:

q		$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0	—	1	3	3	6
	1	—	1			
G	1	2	2	2	2	2

Blatt E:

q		$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0	—	2	3	4	7
	1	—				
G	1	1	1	1	1	1

c) Wert einer optimalen Lösung

$$F(D, 1, L_D[2]) = \min\{G(D, 1, L_D[2]), F(D, 0, L_D[2])\}$$

Blatt B :

q		$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D :

q		$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0	—	1	3	3	6
	1	—	1	2		
G	1	2	2	2	2	2

Blatt E :

q		$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0	—	2	3	4	7
	1	—				
G	1	1	1	1	1	1

c) Wert einer optimalen Lösung

$$F(D, 1, L_D[3]) = \min\{G(D, 1, L_D[3]), F(D, 0, L_D[3])\}$$

Blatt B:

q		$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D:

q		$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0	—	1	3	3	6
	1	—	1	2	2	
G	1	2	2	2	2	2

Blatt E:

q		$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0	—	2	3	4	7
	1	—				
G	1	1	1	1	1	1

c) Wert einer optimalen Lösung

$$F(D, 1, L_D[4]) = \min\{G(D, 1, L_D[4]), F(D, 0, L_D[4])\}$$

Blatt B :

q		$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D :

q		$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0	—	1	3	3	6
	1	—	1	2	2	2
G	1	2	2	2	2	2

Blatt E :

q		$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0	—	2	3	4	7
	1	—				
G	1	1	1	1	1	1

c) Wert einer optimalen Lösung

$$F(D, 1, L_D[5]) = \min\{G(D, 1, L_D[5]), F(D, 0, L_D[5])\}$$

Blatt B :

q		$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D :

q		$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0	—	1	3	3	6
	1	—	1	2	2	2
G	1	2	2	2	2	2

Blatt E :

q		$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0	—	2	3	4	7
	1	—	1			
G	1	1	1	1	1	1

c) Wert einer optimalen Lösung

$$F(E, 1, L_E[2]) = \min\{G(E, 1, L_E[2]), F(E, 0, L_E[2])\}$$

Blatt B :

q		$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D :

q		$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0	—	1	3	3	6
	1	—	1	2	2	2
G	1	2	2	2	2	2

Blatt E :

q		$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0	—	2	3	4	7
	1	—	1	1		
G	1	1	1	1	1	1

c) Wert einer optimalen Lösung

$$F(E, 1, L_E[3]) = \min\{G(E, 1, L_E[3]), F(E, 0, L_E[3])\}$$

Blatt B :

q		$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D :

q		$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0	—	1	3	3	6
	1	—	1	2	2	2
G	1	2	2	2	2	2

Blatt E :

q		$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0	—	2	3	4	7
	1	—	1	1	1	
G	1	1	1	1	1	1

c) Wert einer optimalen Lösung

$$F(E, 1, L_E[4]) = \min\{G(E, 1, L_E[4]), F(E, 0, L_E[4])\}$$

Blatt B :

q		$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D :

q		$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0	—	1	3	3	6
	1	—	1	2	2	2
G	1	2	2	2	2	2

Blatt E :

q		$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0	—	2	3	4	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

c) Wert einer optimalen Lösung

$$F(D, 1, L_E[5]) = \min\{G(E, 1, L_E[5]), F(E, 0, L_E[5])\}$$

Übersicht

TODO-Liste

- Baum $\rightsquigarrow$ binärer Baum ✓
- Distanzlisten erstellen ✓
- Tamirs Algorithmus
 - Blätter ✓
 - innere Knoten
 - Lösungskonstruktion

innere Knoten

- setze Teillösungen zusammen
 - Logistikzentren verteilen
 - Distanz zu anderen Logistikzentren berücksichtigen
- Ziel: $G(v_1, p, L_{v_1}[|V|])$

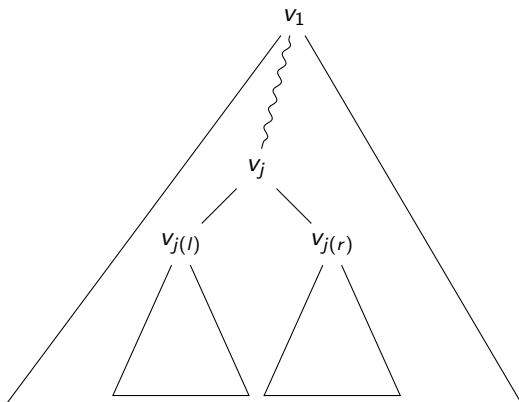
$G(v_j, q, d)$

- v_j ist Wurzel des Teilproblems
- $1 \leq q \leq p$ viele Logistikzentren in T_j
- Distanz zum nächstbesten Logistikzentrum in T_j von *höchstens* d

$F(v_j, q, d)$

- v_j ist Wurzel des Teilproblems
- $0 \leq q \leq p$ viele Logistikzentren in T_j
- Distanz bis zum nächstbesten Logistikzentrum in $T_1 - T_j$ von *genau* $d = d^{v_j \rightarrow v_L}$
- Aufrüstungskosten für v_L nicht eingerechnet

Fälle für innere Knoten



Optionen:

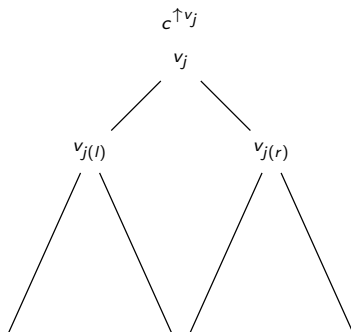
- v_j wird Logistikzentrum
- v_j wird kein Logistikzentrum und schließt sich Cluster
 - im linken Unterbaum an
 - im rechten Unterbaum an
 - in $V_1 - V_j$ an

1. Fall: v_j wird Logistikzentrum

$$G(v_j, q, 0^{v_j \rightarrow v_j}) =$$

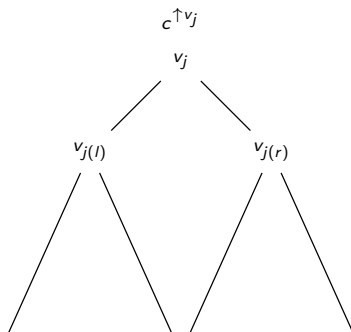


$L_{v_j}[1]$



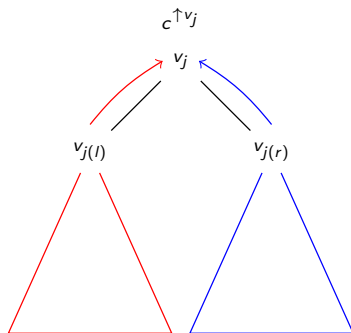
1. Fall: v_j wird Logistikzentrum

$$G(v_j, q, 0^{v_j \rightarrow v_j}) = c^{\uparrow v_j}$$



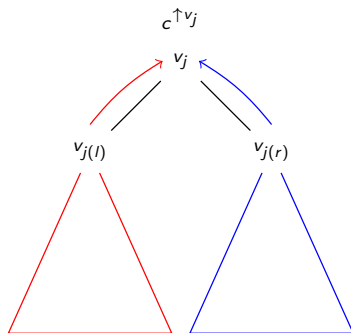
1. Fall: v_j wird Logistikzentrum

$$G(v_j, q, 0^{v_j \rightarrow v_j}) = c^{\uparrow v_j}$$



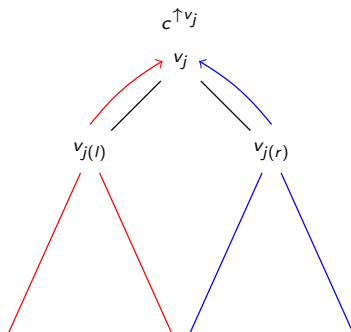
1. Fall: v_j wird Logistikzentrum

$$G(v_j, q, 0^{v_j \rightarrow v_j}) = c^{\uparrow v_j} + F(v_{j(l)}, q_1, d^{v_{j(l)} \rightarrow v_j}) + F(v_{j(r)}, q_2, d^{v_{j(r)} \rightarrow v_j})$$



1. Fall: v_j wird Logistikzentrum

$$G(v_j, q, 0^{v_j \rightarrow v_j}) = c^{\uparrow v_j} + \min \left\{ F(v_{j(l)}, q_1, d^{v_{j(l)} \rightarrow v_j}) + F(v_{j(r)}, q_2, d^{v_{j(r)} \rightarrow v_j}) \right\}$$
$$\begin{aligned} q_1 &\leq |V_{j(l)}| \\ q_2 &\leq |V_{j(r)}| \\ q_1 + q_2 &= q - 1 \end{aligned}$$

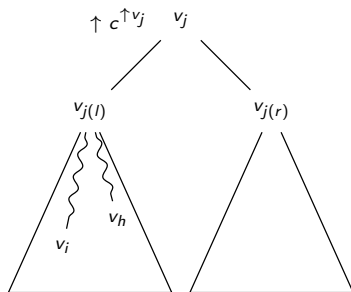


2. Fall: v_j schließt sich Cluster im linken Unterbaum an

$$G(v_j, q, d^{v_j \rightarrow v_i}) =$$

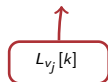
$$\boxed{L_{v_j}[k]}$$

mit $v_i \in V_{j(l)}$

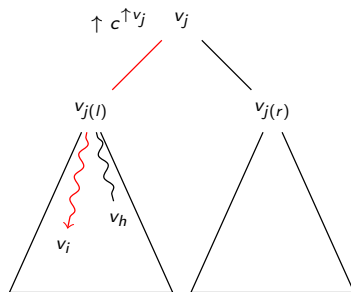


2. Fall: v_j schließt sich Cluster im linken Unterbaum an

$$G(v_j, q, d^{v_j \rightarrow v_i}) =$$

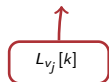

 $c^{v_j \rightarrow v_i}$

mit $v_i \in V_{j(l)}$



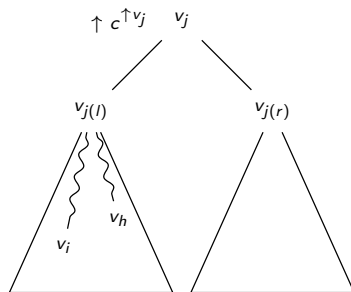
2. Fall: v_j schließt sich Cluster im linken Unterbaum an

$$G(v_j, q, d^{v_j \rightarrow v_i}) =$$



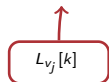
$$c^{v_j \rightarrow v_i}$$

mit $v_i \in V_{j(l)}$



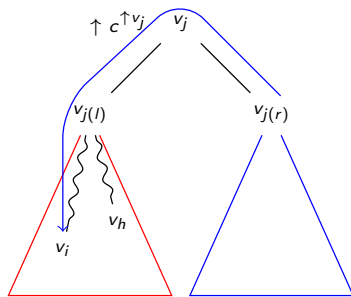
2. Fall: v_j schließt sich Cluster im linken Unterbaum an

$$G(v_j, q, d^{v_j \rightarrow v_i}) =$$



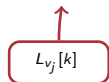
$$c^{v_j \rightarrow v_i} + G(v_{j(l)}, q_1, d^{v_{j(l)} \rightarrow v_i}) + F(v_{j(r)}, q_2, d^{v_{j(r)} \rightarrow v_i})$$

mit $v_i \in V_{j(l)}$



2. Fall: v_j schließt sich Cluster im linken Unterbaum an

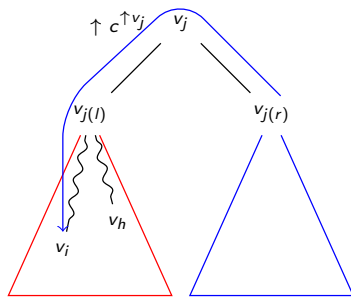
$$G(v_j, q, d^{v_j \rightarrow v_i}) =$$



$$c^{v_j \rightarrow v_i} + \min \left\{ G(v_{j(l)}, q_1, d^{v_{j(l)} \rightarrow v_i}) + F(v_{j(r)}, q_2, d^{v_{j(r)} \rightarrow v_i}) \right\}$$

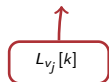
$$\begin{aligned} 1 \leq q_1 \leq |V_{j(l)}| \\ q_2 \leq |V_{j(r)}| \\ q_1 + q_2 = q \end{aligned}$$

mit $v_i \in V_{j(l)}$



2. Fall: v_j schließt sich Cluster im linken Unterbaum an

$$G(v_j, q, d^{v_j \rightarrow v_i}) = \min \left\{ G(v_j, q, d^{v_j \rightarrow v_h}), \right.$$



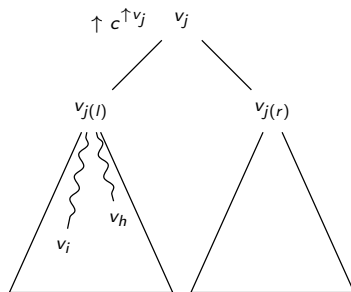
$$c^{v_j \rightarrow v_i} + \min \left\{ G(v_{j(l)}, q_1, d^{v_{j(l)} \rightarrow v_i}) + F(v_{j(r)}, q_2, d^{v_{j(r)} \rightarrow v_i}) \right\} \Bigg\}$$

$$1 \leq q_1 \leq |V_{j(l)}|$$

$$q_2 \leq |V_{j(r)}|$$

$$q_1 + q_2 = q$$

mit $v_i \in V_{j(l)}$, $v_h \in V_j$ und $d^{v_j \rightarrow v_h}$ in L_{v_j} vor $d^{v_j \rightarrow v_i}$



2. Fall: v_j schließt sich Cluster im linken Unterbaum an

$$G(v_j, q, d^{v_j \rightarrow v_i}) = \min \left\{ G(v_j, q, d^{v_j \rightarrow v_h}), \right.$$

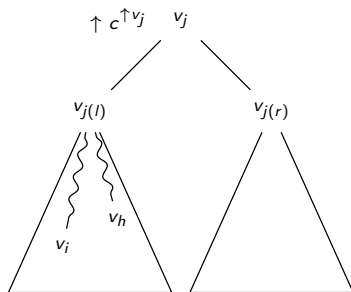
in Algorithmus
 $L_{v_j}[k-1]$

$L_{v_j}[k]$

$$+ \min \left\{ G(v_{j(l)}, q_1, d^{v_{j(l)} \rightarrow v_i}) + F(v_{j(r)}, q_2, d^{v_{j(r)} \rightarrow v_i}) \right\} \Bigg\}$$

$$\begin{aligned} 1 \leq q_1 \leq |V_{j(l)}| \\ q_2 \leq |V_{j(r)}| \\ q_1 + q_2 = q \end{aligned}$$

mit $v_i \in V_{j(l)}$, $v_h \in V_j$ und $d^{v_j \rightarrow v_h}$ in L_{v_j} vor $d^{v_j \rightarrow v_i}$



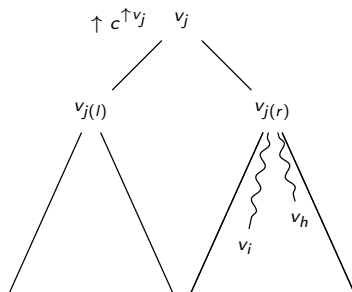
3. Fall: v_j schließt sich Cluster im rechten Unterbaum an

$$G(v_j, q, d^{v_j \rightarrow v_i}) = \min \left\{ G(v_j, q, d^{v_j \rightarrow v_h}), \right.$$

$$\left. c^{v_j \rightarrow v_i} + \min \left\{ G(v_{j(r)}, q_2, d^{v_{j(r)} \rightarrow v_i}) + F(v_{j(l)}, q_1, d^{v_{j(l)} \rightarrow v_i}) \right\} \right\}$$

$$\begin{array}{l} 1 \leq q_2 \leq |V_{j(r)}| \\ q_1 \leq |V_{j(l)}| \\ q_1 + q_2 = q \end{array}$$

mit $v_i \in V_{j(r)}$, $v_h \in V_j$ und $d^{v_j \rightarrow v_h}$ in L_{v_j} vor $d^{v_j \rightarrow v_i}$



3. Fall: v_j schließt sich Cluster im rechten Unterbaum an

$$G(v_j, q, d^{v_j \rightarrow v_i}) = \min \left\{ G(v_j, q, d^{v_j \rightarrow v_h}), \right.$$

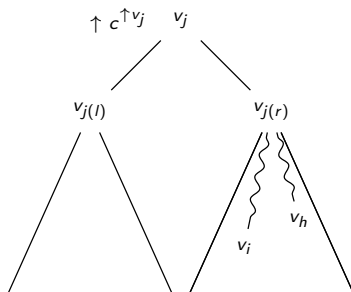
in Algorithmus
 $L_{v_j}[k-1]$

$L_{v_j}[k]$

$$c^{v_j \rightarrow v_i} + \min \left\{ G(v_{j(r)}, q_2, d^{v_{j(r)} \rightarrow v_i}) + F(v_{j(l)}, q_1, d^{v_{j(l)} \rightarrow v_i}) \right\} \Bigg\}$$

$$\begin{array}{l} 1 \leq q_2 \leq |V_{j(r)}| \\ q_1 \leq |V_{j(l)}| \\ q_1 + q_2 = q \end{array}$$

mit $v_i \in V_{j(r)}$, $v_h \in V_j$ und $d^{v_j \rightarrow v_h}$ in L_{v_j} vor $d^{v_j \rightarrow v_i}$



$$G(v_j, q, L_{v_j}[k]) = G(v_j, q, L_{v_j}[k - 1])$$

- falls $v_i \in V_{j(l)} \cup V_{j(r)}$: Vergleich mit nächstnäherem Logistikzentrum $v_h \in V_j$

$$G(v_j, q, d^{v_j \rightarrow v_i}) = \min \left\{ G(v_j, q, d^{v_j \rightarrow v_h}), \right. \\ \left. c^{v_j \rightarrow v_i} + \text{Teillösungen für Kinder} \right\}$$

$$G(v_j, q, L_{v_j}[k]) = G(v_j, q, L_{v_j}[k-1])$$

- falls $v_i \in V_{j(l)} \cup V_{j(r)}$: Vergleich mit nächstnäherem Logistikzentrum $v_h \in V_j$

$$G(v_j, q, d^{v_j \rightarrow v_i}) = \min \left\{ G(v_j, q, d^{v_j \rightarrow v_h}), \right. \\ \left. c^{v_j \rightarrow v_i} + \text{Teillösungen für Kinder} \right\}$$

- im Algorithmus geschrieben als:

$$G(v_j, q, L_{v_j}[k]) = \min \left\{ G(v_j, q, L_{v_j}[k-1]), \right. \\ \left. c^{v_j \rightarrow v_i} + \text{Teillösungen für Kinder} \right\}$$

mit $L_{v_j}[k] \equiv d^{v_j \rightarrow v_i}$ und $f_j(d^{v_j \rightarrow v_i}) = c^{v_j \rightarrow v_i}$

$$G(v_j, q, L_{v_j}[k]) = G(v_j, q, L_{v_j}[k-1])$$

- falls $v_i \in V_{j(l)} \cup V_{j(r)}$: Vergleich mit nächstnäherem Logistikzentrum $v_h \in V_j$

$$G(v_j, q, d^{v_j \rightarrow v_i}) = \min \left\{ G(v_j, q, d^{v_j \rightarrow v_h}), \right. \\ \left. c^{v_j \rightarrow v_i} + \text{Teillösungen für Kinder} \right\}$$

- im Algorithmus geschrieben als:

$$G(v_j, q, L_{v_j}[k]) = \min \left\{ G(v_j, q, L_{v_j}[k-1]), \right. \\ \left. c^{v_j \rightarrow v_i} + \text{Teillösungen für Kinder} \right\}$$

mit $L_{v_j}[k] \equiv d^{v_j \rightarrow v_i}$ und $f_j(d^{v_j \rightarrow v_i}) = c^{v_j \rightarrow v_i}$

- $L_{v_j}[k-1] \equiv d^{v_j \rightarrow v_k}$. v_k kann außerhalb von V_j liegen!
- Erinnerung: $G(v, q, d)$ definiert Wert, wo Logistikzentrum *höchstens* d entfernt ist

$$G(v_j, q, L_{v_j}[k]) = G(v_j, q, L_{v_j}[k-1])$$

- falls $v_i \in V_{j(l)} \cup V_{j(r)}$: Vergleich mit nächstnäherem Logistikzentrum $v_h \in V_j$

$$G(v_j, q, d^{v_j \rightarrow v_i}) = \min \left\{ G(v_j, q, d^{v_j \rightarrow v_h}), \right. \\ \left. c^{v_j \rightarrow v_i} + \text{Teillösungen für Kinder} \right\}$$

- im Algorithmus geschrieben als:

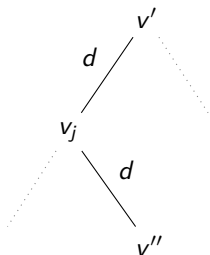
$$G(v_j, q, L_{v_j}[k]) = \min \left\{ G(v_j, q, L_{v_j}[k-1]), \right. \\ \left. c^{v_j \rightarrow v_i} + \text{Teillösungen für Kinder} \right\}$$

mit $L_{v_j}[k] \equiv d^{v_j \rightarrow v_i}$ und $f_j(d^{v_j \rightarrow v_i}) = c^{v_j \rightarrow c_i}$

- $L_{v_j}[k-1] \equiv d^{v_j \rightarrow v_k}$. v_k kann außerhalb von V_j liegen!
 - Erinnerung: $G(v, q, d)$ definiert Wert, wo Logistikzentrum *höchstens* d entfernt ist
- neue Update-Regel: $v_i \in V_1 - V_j$:
 $G(v_j, q, L_{v_j}[k]) = G(v_j, q, L_{v_j}[k-1])$

$$G(v_j, q, L_{v_j}[k]) = G(v_j, q, L_{v_j}[k-1])$$

- neue Update-Regel: $v_i \in V_1 - V_j$:
 $G(v_j, q, L_{v_j}[k]) = G(v_j, q, L_{v_j}[k-1])$
- Sortierkriterien bei Distanzliste garantiert Wohldefiniertheit
 - Nachfahren vor Nicht-Nachfahren
 - $L_{v_j}[1] \equiv d^{v_j \rightarrow v_j} = 0^{v_j \rightarrow v_j}$



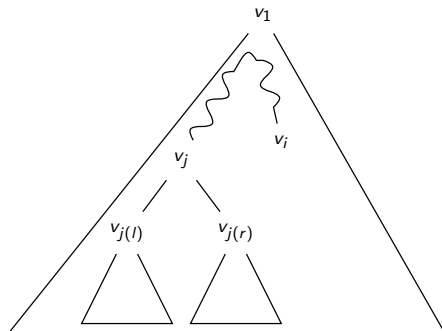
$$G(v_j, q, \underbrace{d^{v_j \rightarrow v'}}_{L_{v_j}[k]}) = G(v_j, q, \underbrace{d^{v_j \rightarrow v''}}_{L_{v_j}[k-1]})$$

$$L_{v_j} = [\dots, d^{v_j \rightarrow v''}, d^{v_j \rightarrow v'}, \dots]$$

4. Fall: v_j schließt sich Cluster in $V_1 - V_j$ an

$$F(v_j, q, d^{v_j \rightarrow v_i}) =$$

mit $v_i \in V_1 - V_j$

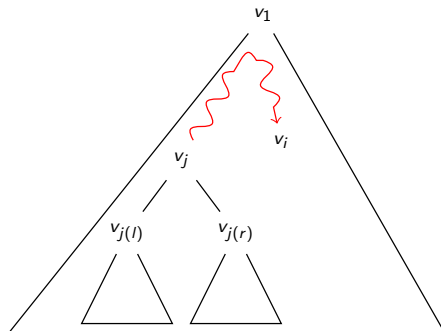


4. Fall: v_j schließt sich Cluster in $V_1 - V_j$ an

$$F(v_j, q, d^{v_j \rightarrow v_i}) =$$

$$c^{v_j \rightarrow v_i}$$

mit $v_i \in V_1 - V_j$

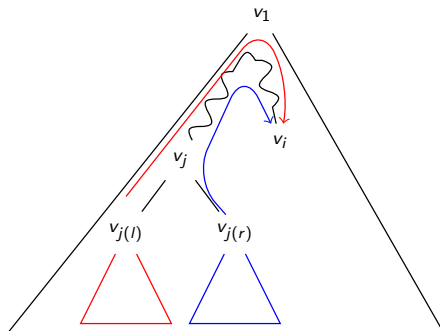


4. Fall: v_j schließt sich Cluster in $V_1 - V_j$ an

$$F(v_j, q, d^{v_j \rightarrow v_i}) =$$

$$c^{v_j \rightarrow v_i} + F(v_{j(l)}, q_1, d^{v_{j(l)} \rightarrow v_i}) + F(v_{j(r)}, q_2, d^{v_{j(r)} \rightarrow v_i})$$

mit $v_i \in V_1 - V_j$



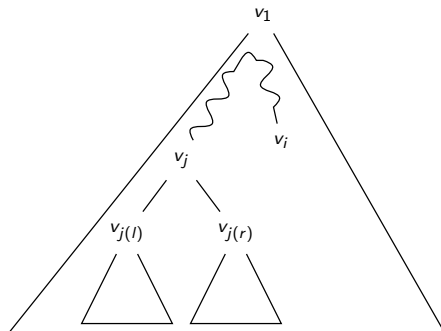
4. Fall: v_j schließt sich Cluster in $V_1 - V_j$ an

$$F(v_j, q, d^{v_j \rightarrow v_i}) =$$

$$c^{v_j \rightarrow v_i} + \min \left\{ F(v_{j(l)}, q_1, d^{v_{j(l)} \rightarrow v_i}) + F(v_{j(r)}, q_2, d^{v_{j(r)} \rightarrow v_i}) \right\}$$

$$\begin{aligned} q_1 &\leq |V_{j(l)}| \\ q_2 &\leq |V_{j(r)}| \\ q_1 + q_2 &= q \end{aligned}$$

mit $v_i \in V_1 - V_j$

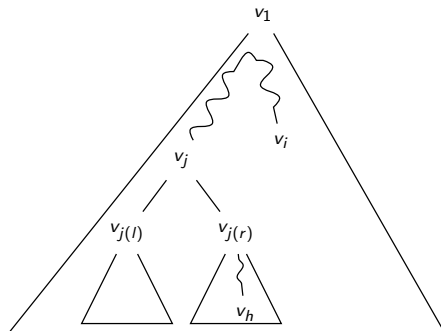


4. Fall: v_j schließt sich Cluster in $V_1 - V_j$ an

$$F(v_j, q, d^{v_j \rightarrow v_i}) = \min \left\{ G(v_j, q, d^{v_j \rightarrow v_h}), \right. \\ \left. c^{v_j \rightarrow v_i} + \min \left\{ F(v_{j(l)}, q_1, d^{v_{j(l)} \rightarrow v_i}) + F(v_{j(r)}, q_2, d^{v_{j(r)} \rightarrow v_i}) \right\} \right\}$$

$$\begin{array}{l} q_1 \leq |V_{j(l)}| \\ q_2 \leq |V_{j(r)}| \\ q_1 + q_2 = q \end{array}$$

mit $v_i \in V_1 - V_j$, $v_h \in V_j$ und $d^{v_j \rightarrow v_h}$ in L_{v_j} vor $d^{v_j \rightarrow v_i}$



4. Fall: v_j schließt sich Cluster in $V_1 - V_j$ an

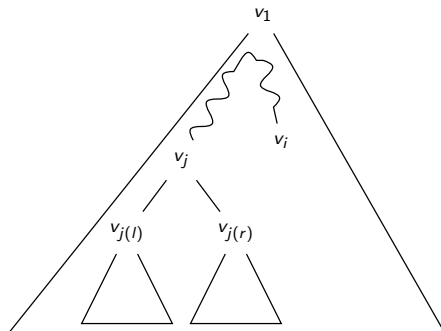
$$F(v_j, q, d^{v_j \rightarrow v_i}) = \min \left\{ G(v_j, q, d^{v_j \rightarrow v_h}), \right.$$

$$\left. c^{v_j \rightarrow v_i} + \min \left\{ F(v_{j(l)}, q_1, d^{v_{j(l)} \rightarrow v_i}) + F(v_{j(r)}, q_2, d^{v_{j(r)} \rightarrow v_i}) \right\} \right\}$$

$$\begin{array}{l} q_1 \leq |V_{j(l)}| \\ q_2 \leq |V_{j(r)}| \\ q_1 + q_2 = q \end{array}$$

im Algorithmus
 $L_{v_j}[k]$

mit $v_i \in V_1 - V_j$, $v_h \in V_j$ und $d^{v_j \rightarrow v_h}$ in L_{v_j} vor $d^{v_j \rightarrow v_i}$



Tamirs Algorithmus

1. Blätter

2. innere Knoten

gehe für jeden inneren Knoten v_j die Liste L_{v_j} durch mit $L_{v_j}[k] \equiv d^{v_j \rightarrow v_i}$ und

$$f_j(d^{v_j \rightarrow v_i}) = c^{v_j \rightarrow v_i}$$

a) $v_i = v_j$: v_j wird Logistikzentrum

$$G(v_j, q, L_{v_j}[1]) = c^{v_j} + \min \left\{ F(v_{j(l)}, q_1, d^{v_{j(l)} \rightarrow v_j}) + F(v_{j(r)}, q_2, d^{v_{j(r)} \rightarrow v_j}) \right\}$$

b) $v_i \in V_{j(l)}$: teste Anschluss an Logistikzentrum im linken Unterbaum

$$G(v_j, q, L_{v_j}[k]) = \min \left\{ G(v_j, q, L_{v_j}[k-1]), \right. \\ \left. c^{v_j \rightarrow v_i} + \min \left\{ G(v_{j(l)}, q_1, d^{v_{j(l)} \rightarrow v_i}) + F(v_{j(r)}, q_2, d^{v_{j(r)} \rightarrow v_i}) \right\} \right\}$$

c) $v_i \in V_{j(r)}$: teste Anschluss an Logistikzentrum im rechten Unterbaum

$$G(v_j, q, L_{v_j}[k]) = \min \left\{ G(v_j, q, L_{v_j}[k-1]), \right. \\ \left. c^{v_j \rightarrow v_i} + \min \left\{ G(v_{j(r)}, q_2, d^{v_{j(r)} \rightarrow v_i}) + F(v_{j(l)}, q_1, d^{v_{j(l)} \rightarrow v_i}) \right\} \right\}$$

d) $v_i \in V_1 - V_j$:

$$G(v_j, q, L_{v_j}[k]) = G(v_j, q, L_{v_j}[k-1])$$

e) $v_i \in V_1 - V_j$: teste Anschluss an höherliegendes Logistikzentrum

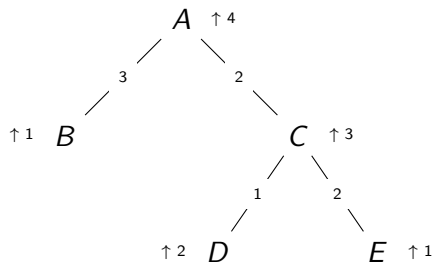
$$F(v_j, q, L_{v_j}[k]) = \min \left\{ G(v_j, q, L_{v_j}[k]), \right. \\ \left. c^{v_j \rightarrow v_i} + \min \left\{ F(v_{j(l)}, q_1, d^{v_{j(l)} \rightarrow v_i}) + F(v_{j(r)}, q_2, d^{v_{j(r)} \rightarrow v_i}) \right\} \right\}$$

3. konstruiere Lösung

Tamirs Algorithmus - Beispiel (fortgesetzt)

Vorgaben:

- $p = 2$
- $f_i(d^{v_i \rightarrow v_j}) = d^{v_i \rightarrow v_j}$



Blatt B:

	q	$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D:

	q	$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0	—	1	3	3	6
	1	—	1	2	2	2
G	1	2	2	2	2	2

Blatt E:

	q	$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0	—	2	3	4	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

innerer Knoten C:

	q	$0^{C \rightarrow C}$	$1^{C \rightarrow D}$	$2^{C \rightarrow E}$	$2^{C \rightarrow A}$	$5^{C \rightarrow B}$
F	0					
	1					
	2					
G	1					
	2					

gehe für jedes v_j die Liste L_{v_j} durch mit $L_{v_j}[k] \equiv d^{v_j \rightarrow v_i}$ und $f_j(d^{v_j \rightarrow v_i}) = c^{v_j \rightarrow v_i}$

a) $v_i = v_j$: v_j wird Logistikzentrum

$$G(v_j, q, L_{v_j}[1]) = c^{\uparrow v_j} + \min \left\{ F(v_{j(l)}, q_1, d^{v_{j(l)} \rightarrow v_j}) + F(v_{j(r)}, q_2, d^{v_{j(r)} \rightarrow v_j}) \right\}$$

$$\begin{aligned} q_1 &\leq |V_{j(l)}| \\ q_2 &\leq |V_{j(r)}| \\ q_1 + q_2 &= q - 1 \end{aligned}$$

Blatt B:

	q	$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D:

	q	$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0	—	1	3	3	6
	1	—	1	2	2	2
G	1	2	2	2	2	2

Blatt E:

	q	$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0	—	2	3	4	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

innerer Knoten C:

	q	$0^{C \rightarrow C}$	$1^{C \rightarrow D}$	$2^{C \rightarrow E}$	$2^{C \rightarrow A}$	$5^{C \rightarrow B}$
F	0					
	1					
	2					
G	1					
	2					

a) C wird Logistikzentrum

$$G(C, q, 0^{C \rightarrow C}) = c^{\uparrow C} + \min \left\{ F(D, q_1, 1^{D \rightarrow C}) + F(E, q_2, 2^{E \rightarrow C}) \right\}$$

$$q_1 \leq |V_{j(l)}|$$

$$q_2 \leq |V_{j(r)}|$$

$$q_1 + q_2 = q - 1$$

Blatt B:

	q	$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D:

	q	$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0	—	1	3	3	6
	1	—	1	2	2	2
G	1	2	2	2	2	2

Blatt E:

	q	$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0	—	2	3	4	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

innerer Knoten C:

	q	$0^{C \rightarrow C}$	$1^{C \rightarrow D}$	$2^{C \rightarrow E}$	$2^{C \rightarrow A}$	$5^{C \rightarrow B}$
F	0					
	1					
	2					
G	1					
	2					

a) C wird Logistikzentrum

$$G(C, 1, 0^{C \rightarrow C}) = 3 + F(D, 0, 1^{D \rightarrow C}) + F(E, 0, 2^{E \rightarrow C})$$

Blatt B:

	q	$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D:

	q	$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0	—	1	3	3	6
	1	—	1	2	2	2
G	1	2	2	2	2	2

Blatt E:

	q	$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0	—	2	3	4	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

innerer Knoten C:

	q	$0^{C \rightarrow C}$	$1^{C \rightarrow D}$	$2^{C \rightarrow E}$	$2^{C \rightarrow A}$	$5^{C \rightarrow B}$
F	0					
	1					
	2					
G	1	6				
	2					

a) C wird Logistikzentrum

$$G(C, 1, 0^{C \rightarrow C}) = 3 + F(D, 0, 1^{D \rightarrow C}) + F(E, 0, 2^{E \rightarrow C})$$

Blatt B:

	q	$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D:

	q	$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0	—	1	3	3	6
	1	—	1	2	2	2
G	1	2	2	2	2	2

Blatt E:

	q	$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0	—	2	3	4	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

innerer Knoten C:

	q	$0^{C \rightarrow C}$	$1^{C \rightarrow D}$	$2^{C \rightarrow E}$	$2^{C \rightarrow A}$	$5^{C \rightarrow B}$
F	0					
	1					
	2					
G	1	6				
	2					

a) C wird Logistikzentrum

$$G(C, q, 0^{C \rightarrow C}) = c^{\uparrow C} + \min \left\{ F(D, q_1, 1^{D \rightarrow C}) + F(E, q_2, 2^{E \rightarrow C}) \right\}$$

$$q_1 \leq |V_{j(l)}|$$

$$q_2 \leq |V_{j(r)}|$$

$$q_1 + q_2 = q - 1$$

Blatt B:

	q	$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D:

	q	$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0	—	1	3	3	6
	1	—	1	2	2	2
G	1	2	2	2	2	2

Blatt E:

	q	$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0	—	2	3	4	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

innerer Knoten C:

	q	$0^{C \rightarrow C}$	$1^{C \rightarrow D}$	$2^{C \rightarrow E}$	$2^{C \rightarrow A}$	$5^{C \rightarrow B}$
F	0					
	1					
	2					
G	1	6				
	2					

a) C wird Logistikzentrum

$$G(C, q, 0^{C \rightarrow C}) = c^{\uparrow C} + \min \{ F(D, q_1, 1^{D \rightarrow C}) + F(E, q_2, 2^{E \rightarrow C}) \}$$

$$\begin{aligned} q_1 &\leq |V_{j(l)}| \\ q_2 &\leq |V_{j(r)}| \\ q_1 + q_2 &= q - 1 \end{aligned}$$

q = 2: Logistikzentren verteilen



Blatt B:

	q	$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D:

	q	$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0	—	1	3	3	6
	1	—	1	2	2	2
G	1	2	2	2	2	2

Blatt E:

	q	$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0	—	2	3	4	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

innerer Knoten C:

	q	$0^{C \rightarrow C}$	$1^{C \rightarrow D}$	$2^{C \rightarrow E}$	$2^{C \rightarrow A}$	$5^{C \rightarrow B}$
F	0					
	1					
	2					
G	1	6				
	2					

a) C wird Logistikzentrum

$$G(C, 2, 0^{C \rightarrow C}) = 3 + \min \{ F(D, 1, 1^{D \rightarrow C}) + F(E, 0, 2^{E \rightarrow C}), \\ F(D, 0, 1^{D \rightarrow C}) + F(E, 1, 2^{E \rightarrow C}) \}$$

Blatt B:

	q	$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D:

	q	$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0	—	1	3	3	6
	1	—	1	2	2	2
G	1	2	2	2	2	2

Blatt E:

	q	$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0	—	2	3	4	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

innerer Knoten C:

	q	$0^{C \rightarrow C}$	$1^{C \rightarrow D}$	$2^{C \rightarrow E}$	$2^{C \rightarrow A}$	$5^{C \rightarrow B}$
F	0					
	1					
	2					
G	1	6				
	2					

a) C wird Logistikzentrum

$$G(C, 2, 0^{C \rightarrow C}) = 3 + \min \{ F(D, 1, 1^{D \rightarrow C}) + F(E, 0, 2^{E \rightarrow C}),$$

$$F(D, 0, 1^{D \rightarrow C}) + F(E, 1, 2^{E \rightarrow C}) \}$$

Blatt B:

	q	$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D:

	q	$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0	—	1	3	3	6
	1	—	1	2	2	2
G	1	2	2	2	2	2

Blatt E:

	q	$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0	—	2	3	4	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

innerer Knoten C:

	q	$0^{C \rightarrow C}$	$1^{C \rightarrow D}$	$2^{C \rightarrow E}$	$2^{C \rightarrow A}$	$5^{C \rightarrow B}$
F	0					
	1					
	2					
G	1	6				
	2	5				

a) C wird Logistikzentrum

$$G(C, 2, 0^{C \rightarrow C}) = 3 + \min \left\{ F(D, 1, 1^{D \rightarrow C}) + F(E, 0, 2^{E \rightarrow C}), \right.$$

$$\left. F(D, 0, 1^{D \rightarrow C}) + F(E, 1, 2^{E \rightarrow C}) \right\}$$

Blatt B:

	q	$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D:

	q	$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0	—	1	3	3	6
	1	—	1	2	2	2
G	1	2	2	2	2	2

Blatt E:

	q	$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0	—	2	3	4	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

innerer Knoten C:

	q	$0^{C \rightarrow C}$	$1^{C \rightarrow D}$	$2^{C \rightarrow E}$	$2^{C \rightarrow A}$	$5^{C \rightarrow B}$
F	0					
	1					
	2					
G	1	6				
	2	5				

gehe für jedes v_j die Liste L_{v_j} durch mit $L_{v_j}[k] \equiv d^{v_j \rightarrow v_i}$ und $f_j(d^{v_j \rightarrow v_i}) = c^{v_j \rightarrow v_i}$

b) $v_i \in V_{j(l)}$: teste Anschluss an Logistikzentrum im linken Unterbaum

$$G(v_j, q, L_{v_j}[k]) = \min \{ G(v_j, q, L_{v_j}[k-1]),$$

$$c^{v_j \rightarrow v_i} + \min \{ G(v_{j(l)}, q_1, d^{v_{j(l)} \rightarrow v_i}) + F(v_{j(r)}, q_2, d^{v_{j(r)} \rightarrow v_i}) \} \}$$

$$1 \leq q_1 \leq |V_{j(l)}|$$

$$q_2 \leq |V_{j(r)}|$$

$$q_1 + q_2 = q$$

Blatt B :

	q	$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D :

	q	$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0	—	1	3	3	6
	1	—	1	2	2	2
G	1	2	2	2	2	2

Blatt E :

	q	$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0	—	2	3	4	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

innerer Knoten C :

	q	$0^{C \rightarrow C}$	$1^{C \rightarrow D}$	$2^{C \rightarrow E}$	$2^{C \rightarrow A}$	$5^{C \rightarrow B}$
F	0					
	1					
	2					
G	1	6				
	2	5				

b) teste Anschluss von C an D im linken Unterbaum

$$G(C, q, L_C[2]) = \min \left\{ G(C, q, L_C[1]), \right. \\ \left. 1^{C \rightarrow D} + \min \left\{ G(D, q_1, 0^{D \rightarrow D}) + F(E, q_2, 3^{E \rightarrow D}) \right\} \right\} \\ \begin{array}{l} 1 \leq q_1 \leq |V_{j(l)}| \\ q_2 \leq |V_{j(r)}| \\ q_1 + q_2 = q \end{array}$$

Blatt B:

	q	$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D:

	q	$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0	—	1	3	3	6
	1	—	1	2	2	2
G	1	2	2	2	2	2

Blatt E:

	q	$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0	—	2	3	4	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

innerer Knoten C:

	q	$0^{C \rightarrow C}$	$1^{C \rightarrow D}$	$2^{C \rightarrow E}$	$2^{C \rightarrow A}$	$5^{C \rightarrow B}$
F	0					
	1					
	2					
G	1	6				
	2	5				

b) teste Anschluss von C an D im linken Unterbaum

$$G(C, 1, L_C[2]) = \min \left\{ G(C, 1, L_C[1]), \right. \\ \left. 1^{C \rightarrow D} + G(D, 1, 0^{D \rightarrow D}) + F(E, 0, 3^{E \rightarrow D}) \right\}$$

Blatt B:

	q	$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D:

	q	$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0	—	1	3	3	6
	1	—	1	2	2	2
G	1	2	2	2	2	2

Blatt E:

	q	$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0	—	2	3	4	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

innerer Knoten C:

	q	$0^{C \rightarrow C}$	$1^{C \rightarrow D}$	$2^{C \rightarrow E}$	$2^{C \rightarrow A}$	$5^{C \rightarrow B}$
F	0					
	1					
	2					
G	1	6	6			
	2	5				

b) teste Anschluss von C an D im linken Unterbaum

$$G(C, 1, L_C[2]) = \min \left\{ \boxed{G(C, 1, L_C[1])}, \right. \\ \left. \boxed{1^{C \rightarrow D} + G(D, 1, 0^{D \rightarrow D}) + F(E, 0, 3^{E \rightarrow D})} \right\}$$

Blatt B :

	q	$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D :

	q	$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0	—	1	3	3	6
	1	—	1	2	2	2
G	1	2	2	2	2	2

Blatt E :

	q	$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0	—	2	3	4	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

innerer Knoten C :

	q	$0^{C \rightarrow C}$	$1^{C \rightarrow D}$	$2^{C \rightarrow E}$	$2^{C \rightarrow A}$	$5^{C \rightarrow B}$
F	0					
	1					
	2					
G	1	6	6			
	2	5				

b) teste Anschluss von C an D im linken Unterbaum

$$G(C, q, L_C[2]) = \min \left\{ G(C, q, L_C[1]), \right. \\ \left. 1^{C \rightarrow D} + \min \left\{ G(D, q_1, 0^{D \rightarrow D}) + F(E, q_2, 3^{E \rightarrow D}) \right\} \right\} \\ \begin{array}{l} 1 \leq q_1 \leq |V_{j(l)}| \\ q_2 \leq |V_{j(r)}| \\ q_1 + q_2 = q \end{array}$$

Blatt B:

	q	$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D:

	q	$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0	—	1	3	3	6
	1	—	1	2	2	2
G	1	2	2	2	2	2

Blatt E:

	q	$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0	—	2	3	4	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

innerer Knoten C:

	q	$0^{C \rightarrow C}$	$1^{C \rightarrow D}$	$2^{C \rightarrow E}$	$2^{C \rightarrow A}$	$5^{C \rightarrow B}$
F	0					
	1					
	2					
G	1	6	6			
	2	5				

q = 2: Logistikzentren verteilen



b) teste Anschluss von C an D im linken Unterbaum

$$G(C, q, L_C[2]) = \min \{ G(C, q, L_C[1]),$$

$$1^{C \rightarrow D} + \min \{ G(D, q_1, 0^{D \rightarrow D}) + F(E, q_2, 3^{E \rightarrow D}) \} \}$$

$$1 \leq q_1 \leq |V_{j(l)}|$$

$$q_2 \leq |V_{j(r)}|$$

$$q_1 + q_2 = q$$

Blatt B:

	q	$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D:

	q	$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0	—	1	3	3	6
	1	—	1	2	2	2
G	1	2	2	2	2	2

Blatt E:

	q	$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0	—	2	3	4	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

innerer Knoten C:

	q	$0^{C \rightarrow C}$	$1^{C \rightarrow D}$	$2^{C \rightarrow E}$	$2^{C \rightarrow A}$	$5^{C \rightarrow B}$
F	0					
	1					
	2					
G	1	6	6			
	2	5				

b) teste Anschluss von C an D im linken Unterbaum

$$G(C, 2, L_C[2]) = \min \left\{ G(C, 2, L_C[1]), \right. \\ \left. 1^{C \rightarrow D} + G(D, 1, 0^{D \rightarrow D}) + F(E, 1, 3^{E \rightarrow D}) \right\}$$

Blatt B:

	q	$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D:

	q	$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0	—	1	3	3	6
	1	—	1	2	2	2
G	1	2	2	2	2	2

Blatt E:

	q	$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0	—	2	3	4	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

innerer Knoten C:

	q	$0^{C \rightarrow C}$	$1^{C \rightarrow D}$	$2^{C \rightarrow E}$	$2^{C \rightarrow A}$	$5^{C \rightarrow B}$
F	0					
	1					
	2					
G	1	6	6			
	2	5	4			

b) teste Anschluss von C an D im linken Unterbaum

$$G(C, 2, L_C[2]) = \min \{ G(C, 2, L_C[1]),$$

$$\boxed{1^{C \rightarrow D} + G(D, 1, 0^{D \rightarrow D}) + F(E, 1, 3^{E \rightarrow D})} \}$$

Blatt B:

	q	$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D:

	q	$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0	—	1	3	3	6
	1	—	1	2	2	2
G	1	2	2	2	2	2

Blatt E:

	q	$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0	—	2	3	4	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

innerer Knoten C:

	q	$0^{C \rightarrow C}$	$1^{C \rightarrow D}$	$2^{C \rightarrow E}$	$2^{C \rightarrow A}$	$5^{C \rightarrow B}$
F	0					
	1					
	2					
G	1	6	6			
	2	5	4			

gehe für jedes v_j die Liste L_{v_j} durch mit $L_{v_j}[k] \equiv d^{v_j \rightarrow v_i}$ und $f_j(d^{v_j \rightarrow v_i}) = c^{v_j \rightarrow v_i}$

c) $v_i \in V_{j(r)}$: teste Anschluss an Logistikzentrum im rechten Unterbaum

$$G(v_j, q, L_{v_j}[k]) = \min \{ G(v_j, q, L_{v_j}[k-1]),$$

$$c^{v_j \rightarrow v_i} + \min \{ G(v_{j(r)}, q_2, d^{v_{j(r)} \rightarrow v_i}) + F(v_{j(l)}, q_1, d^{v_{j(l)} \rightarrow v_i}) \} \}$$

$$1 \leq q_2 \leq |V_{j(r)}|$$

$$q_1 \leq |V_{j(l)}|$$

$$q_1 + q_2 = q$$

Blatt B :

	q	$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D :

	q	$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0	—	1	3	3	6
	1	—	1	2	2	2
G	1	2	2	2	2	2

Blatt E :

	q	$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0	—	2	3	4	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

innerer Knoten C :

	q	$0^{C \rightarrow C}$	$1^{C \rightarrow D}$	$2^{C \rightarrow E}$	$2^{C \rightarrow A}$	$5^{C \rightarrow B}$
F	0					
	1					
	2					
G	1	6	6			
	2	5	4			

c) teste Anschluss von C an E im rechten Unterbaum

$$G(C, q, L_C[3]) = \min \left\{ G(C, q, L_C[2]), \right. \\ \left. 2^{C \rightarrow E} + \min \left\{ G(E, q_2, 0^{E \rightarrow E}) + F(D, q_1, 3^{D \rightarrow E}) \right\} \right\} \\ \begin{array}{l} 1 \leq q_2 \leq |V_{j(r)}| \\ q_1 \leq |V_{j(l)}| \\ q_1 + q_2 = q \end{array}$$

Blatt B :

	q	$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D :

	q	$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0	—	1	3	3	6
	1	—	1	2	2	2
G	1	2	2	2	2	2

Blatt E :

	q	$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0	—	2	3	4	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

innerer Knoten C :

	q	$0^{C \rightarrow C}$	$1^{C \rightarrow D}$	$2^{C \rightarrow E}$	$2^{C \rightarrow A}$	$5^{C \rightarrow B}$
F	0					
	1					
	2					
G	1	6	6			
	2	5	4			

c) teste Anschluss von C an E im rechten Unterbaum

$$G(C, 1, L_C[3]) = \min \left\{ G(C, 1, L_C[2]), \right. \\ \left. 2^{C \rightarrow E} + G(E, 1, 0^{E \rightarrow E}) + F(D, 0, 3^{D \rightarrow E}) \right\}$$

Blatt B:

	q	$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D:

	q	$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0	—	1	3	3	6
	1	—	1	2	2	2
G	1	2	2	2	2	2

Blatt E:

	q	$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0	—	2	3	4	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

innerer Knoten C:

	q	$0^{C \rightarrow C}$	$1^{C \rightarrow D}$	$2^{C \rightarrow E}$	$2^{C \rightarrow A}$	$5^{C \rightarrow B}$
F	0					
	1					
	2					
G	1	6	6	6		
	2	5	4			

c) teste Anschluss von C an E im rechten Unterbaum

$$G(C, 1, L_C[3]) = \min \left\{ \boxed{G(C, 1, L_C[2])}, \right. \\ \left. \boxed{2^{C \rightarrow E} + G(E, 1, 0^{E \rightarrow E}) + F(D, 0, 3^{D \rightarrow E})} \right\}$$

Blatt B :

	q	$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D :

	q	$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0	—	1	3	3	6
	1	—	1	2	2	2
G	1	2	2	2	2	2

Blatt E :

	q	$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0	—	2	3	4	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

innerer Knoten C :

	q	$0^{C \rightarrow C}$	$1^{C \rightarrow D}$	$2^{C \rightarrow E}$	$2^{C \rightarrow A}$	$5^{C \rightarrow B}$
F	0					
	1					
	2					
G	1	6	6	6		
	2	5	4			

c) teste Anschluss von C an E im rechten Unterbaum

$$G(C, q, L_C[3]) = \min \left\{ G(C, q, L_C[2]), \right. \\ \left. 2^{C \rightarrow E} + \min \left\{ G(E, q_1, 0^{E \rightarrow E}) + F(D, q_2, 3^{D \rightarrow E}) \right\} \right\} \\ \begin{array}{l} 1 \leq q_2 \leq |V_{j(r)}| \\ q_1 \leq |V_{j(l)}| \\ q_1 + q_2 = q \end{array}$$

Blatt B:

	q	$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D:

	q	$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0	—	1	3	3	6
	1	—	1	2	2	2
G	1	2	2	2	2	2

Blatt E:

	q	$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0	—	2	3	4	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

innerer Knoten C:

	q	$0^{C \rightarrow C}$	$1^{C \rightarrow D}$	$2^{C \rightarrow E}$	$2^{C \rightarrow A}$	$5^{C \rightarrow B}$
F	0					
	1					
	2					
G	1	6	6	6		
	2	5	4			

q = 2: Logistikzentren verteilen



c) teste Anschluss von C an E im rechten Unterbaum

$$G(C, q, L_C[3]) = \min \{ G(C, q, L_C[2]),$$

$$2^{C \rightarrow E} + \min \{ G(E, q_1, 0^{E \rightarrow E}) + F(D, q_2, 3^{D \rightarrow E}) \} \}$$

$$1 \leq q_2 \leq |V_{j(r)}|$$

$$q_1 \leq |V_{j(l)}|$$

$$q_1 + q_2 = q$$

Blatt B :

	q	$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D :

	q	$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0	—	1	3	3	6
	1	—	1	2	2	2
G	1	2	2	2	2	2

Blatt E :

	q	$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0	—	2	3	4	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

innerer Knoten C :

	q	$0^{C \rightarrow C}$	$1^{C \rightarrow D}$	$2^{C \rightarrow E}$	$2^{C \rightarrow A}$	$5^{C \rightarrow B}$
F	0					
	1					
	2					
G	1	6	6	6		
	2	5	4			

c) teste Anschluss von C an E im rechten Unterbaum

$$G(C, 2, L_C[3]) = \min \left\{ G(C, 2, L_C[2]), \right. \\ \left. 2^{C \rightarrow E} + G(E, 1, 0^{E \rightarrow E}) + F(D, 1, 3^{D \rightarrow E}) \right\}$$

Blatt B:

	q	$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D:

	q	$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0	—	1	3	3	6
	1	—	1	2	2	2
G	1	2	2	2	2	2

Blatt E:

	q	$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0	—	2	3	4	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

innerer Knoten C:

	q	$0^{C \rightarrow C}$	$1^{C \rightarrow D}$	$2^{C \rightarrow E}$	$2^{C \rightarrow A}$	$5^{C \rightarrow B}$
F	0					
	1					
	2					
G	1	6	6	6		
	2	5	4	4		

c) teste Anschluss von C an E im rechten Unterbaum

$$G(C, 2, L_C[3]) = \min \left\{ \boxed{G(C, 2, L_C[2])}, \right. \\ \left. 2^{C \rightarrow E} + G(E, 1, 0^{E \rightarrow E}) + F(D, 1, 3^{D \rightarrow E}) \right\}$$

Blatt B :

	q	$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D :

	q	$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0	—	1	3	3	6
	1	—	1	2	2	2
G	1	2	2	2	2	2

Blatt E :

	q	$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0	—	2	3	4	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

innerer Knoten C :

	q	$0^{C \rightarrow C}$	$1^{C \rightarrow D}$	$2^{C \rightarrow E}$	$2^{C \rightarrow A}$	$5^{C \rightarrow B}$
F	0					
	1					
	2					
G	1	6	6	6		
	2	5	4	4		

gehe für jedes v_j die Liste L_{v_j} durch mit $L_{v_j}[k] \equiv d^{v_j \rightarrow v_i}$ und $f_j(d^{v_j \rightarrow v_i}) = c^{v_j \rightarrow v_i}$

d) $v_i \in V_1 - V_j$:

$$G(v_j, q, L_{v_j}[k]) = G(v_j, q, L_{v_j}[k-1])$$

Blatt B:

	q	$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D:

	q	$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0	—	1	3	3	6
	1	—	1	2	2	2
G	1	2	2	2	2	2

Blatt E:

	q	$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0	—	2	3	4	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

innerer Knoten C:

	q	$0^{C \rightarrow C}$	$1^{C \rightarrow D}$	$2^{C \rightarrow E}$	$2^{C \rightarrow A}$	$5^{C \rightarrow B}$
F	0					
	1					
	2					
G	1	6	6	6	6	
	2	5	4	4	4	

d) behandle A:

$$G(C, 1, L_C[4]) = G(C, 1, L_C[3])$$

$$G(C, 2, L_C[4]) = G(C, 2, L_C[3])$$

Blatt B:

	q	$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D:

	q	$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0	—	1	3	3	6
	1	—	1	2	2	2
G	1	2	2	2	2	2

Blatt E:

	q	$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0	—	2	3	4	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

innerer Knoten C:

	q	$0^{C \rightarrow C}$	$1^{C \rightarrow D}$	$2^{C \rightarrow E}$	$2^{C \rightarrow A}$	$5^{C \rightarrow B}$
F	0					
	1					
	2					
G	1	6	6	6	6	6
	2	5	4	4	4	4

d) behandle B:

$$G(C, 1, L_C[5]) = G(C, 1, L_C[4])$$

$$G(C, 2, L_C[5]) = G(C, 2, L_C[4])$$

Blatt B:

	q	$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D:

	q	$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0	—	1	3	3	6
	1	—	1	2	2	2
G	1	2	2	2	2	2

Blatt E:

	q	$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0	—	2	3	4	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

innerer Knoten C:

	q	$0^{C \rightarrow C}$	$1^{C \rightarrow D}$	$2^{C \rightarrow E}$	$2^{C \rightarrow A}$	$5^{C \rightarrow B}$
F	0	—	—	—		
	1	—	—	—		
	2	—	—	—		
G	1	6	6	6	6	6
	2	5	4	4	4	4

gehe für jedes v_j die Liste L_{v_j} durch mit $L_{v_j}[k] \equiv d^{v_j \rightarrow v_i}$ und $f_j(d^{v_j \rightarrow v_i}) = c^{v_j \rightarrow v_i}$

e) $v_i \in V_1 - V_j$: teste Anschluss an höherliegendes Logistikzentrum

$$F(v_j, q, L_{v_j}[k]) = \min \left\{ G(v_j, q, L_{v_j}[k]), \right. \\ \left. c^{v_j \rightarrow v_i} + \min \left\{ F(v_{j(l)}, q_1, d^{v_{j(l)} \rightarrow v_i}) + F(v_{j(r)}, q_2, d^{v_{j(r)} \rightarrow v_i}) \right\} \right\} \\ \begin{array}{l} q_1 \leq |V_{j(l)}| \\ q_2 \leq |V_{j(r)}| \\ q_1 + q_2 = q \end{array}$$

Blatt B :

	q	$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D :

	q	$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0	—	1	3	3	6
	1	—	1	2	2	2
G	1	2	2	2	2	2

Blatt E :

	q	$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0	—	2	3	4	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

innerer Knoten C :

	q	$0^{C \rightarrow C}$	$1^{C \rightarrow D}$	$2^{C \rightarrow E}$	$2^{C \rightarrow A}$	$5^{C \rightarrow B}$
F	0	—	—	—		
	1	—	—	—		
	2	—	—	—		
G	1	6	6	6	6	6
	2	5	4	4	4	4

e) teste Anschluss von C an A

$$F(C, q, L_C[4]) = \min \left\{ G(C, q, L_C[4]), \right. \\ \left. 2^{C \rightarrow A} + \min \left\{ F(D, q_1, 3^{D \rightarrow A}) + F(E, q_2, 4^{E \rightarrow A}) \right\} \right\}$$

$$\begin{aligned} q_1 &\leq |V_{j(l)}| \\ q_2 &\leq |V_{j(r)}| \\ q_1 + q_2 &= q \end{aligned}$$

Blatt B:

	q	$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D:

	q	$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0	—	1	3	3	6
	1	—	1	2	2	2
G	1	2	2	2	2	2

Blatt E:

	q	$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0	—	2	3	4	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

innerer Knoten C:

	q	$0^{C \rightarrow C}$	$1^{C \rightarrow D}$	$2^{C \rightarrow E}$	$2^{C \rightarrow A}$	$5^{C \rightarrow B}$
F	0	—	—	—	9	
	1	—	—	—		
	2	—	—	—		
G	1	6	6	6	6	6
	2	5	4	4	4	4

e) teste Anschluss von C an A

$$F(C, 0, L_C[4]) = 2^{C \rightarrow A} + F(D, 0, 3^{D \rightarrow A}) + F(E, 0, 4^{E \rightarrow A})$$

Blatt B:

	q	$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D:

	q	$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0	—	1	3	3	6
	1	—	1	2	2	2
G	1	2	2	2	2	2

Blatt E:

	q	$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0	—	2	3	4	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

innerer Knoten C:

	q	$0^{C \rightarrow C}$	$1^{C \rightarrow D}$	$2^{C \rightarrow E}$	$2^{C \rightarrow A}$	$5^{C \rightarrow B}$
F	0	—	—	—	9	
	1	—	—	—		
	2	—	—	—		
G	1	6	6	6	6	6
	2	5	4	4	4	4

e) teste Anschluss von C an A

$$F(C, q, L_C[4]) = \min \left\{ G(C, q, L_C[4]), \right. \\ \left. 2^{C \rightarrow A} + \min \left\{ F(D, q_1, 3^{D \rightarrow A}) + F(E, q_2, 4^{E \rightarrow A}) \right\} \right\}$$

$$\begin{aligned} q_1 &\leq |V_{j(l)}| \\ q_2 &\leq |V_{j(r)}| \\ q_1 + q_2 &= q \end{aligned}$$

Blatt B:

	q	$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D:

	q	$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0	—	1	3	3	6
	1	—	1	2	2	2
G	1	2	2	2	2	2

Blatt E:

	q	$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0	—	2	3	4	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

innerer Knoten C:

	q	$0^{C \rightarrow C}$	$1^{C \rightarrow D}$	$2^{C \rightarrow E}$	$2^{C \rightarrow A}$	$5^{C \rightarrow B}$
F	0	—	—	—	9	
	1	—	—	—		
	2	—	—	—		
G	1	6	6	6	6	6
	2	5	4	4	4	4

$q = 1$: Logistikzentren verteilen



e) teste Anschluss von C an A

$$F(C, q, L_C[4]) = \min \{ G(C, q, L_C[4]),$$

$$2^{C \rightarrow A} + \min \{ F(D, q_1, 3^{D \rightarrow A}) + F(E, q_2, 4^{E \rightarrow A}) \} \}$$

$$q_1 \leq |V_{j(t)}|$$

$$q_2 \leq |V_{j(r)}|$$

$$q_1 + q_2 = q$$

Blatt B:

	q	$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D:

	q	$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0	—	1	3	3	6
	1	—	1	2	2	2
G	1	2	2	2	2	2

Blatt E:

	q	$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0	—	2	3	4	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

innerer Knoten C:

	q	$0^{C \rightarrow C}$	$1^{C \rightarrow D}$	$2^{C \rightarrow E}$	$2^{C \rightarrow A}$	$5^{C \rightarrow B}$
F	0	—	—	—	9	
	1	—	—	—		
	2	—	—	—		
G	1	6	6	6	6	6
	2	5	4	4	4	4

e) teste Anschluss von C an A

$$F(C, 1, L_C[4]) = \min \left\{ G(C, 1, L_C[4]), \right. \\ \left. 2^{C \rightarrow A} + \min \{ F(D, 1, 3^{D \rightarrow A}) + F(E, 0, 4^{E \rightarrow A}), \right. \\ \left. F(D, 0, 3^{D \rightarrow A}) + F(E, 1, 4^{E \rightarrow A}) \} \right\}$$

Blatt B:

	q	$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D:

	q	$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0	—	1	3	3	6
	1	—	1	2	2	2
G	1	2	2	2	2	2

Blatt E:

	q	$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0	—	2	3	4	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

innerer Knoten C:

	q	$0^{C \rightarrow C}$	$1^{C \rightarrow D}$	$2^{C \rightarrow E}$	$2^{C \rightarrow A}$	$5^{C \rightarrow B}$
F	0	—	—	—	9	
	1	—	—	—		
	2	—	—	—		
G	1	6	6	6	6	6
	2	5	4	4	4	4

e) teste Anschluss von C an A

$$F(C, 1, L_C[4]) = \min \left\{ G(C, 1, L_C[4]), \right. \\ \left. 2^{C \rightarrow A} + F(D, 0, 3^{D \rightarrow A}) + F(E, 1, 4^{E \rightarrow A}) \right\}$$

Blatt B:

	q	$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D:

	q	$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0	—	1	3	3	6
	1	—	1	2	2	2
G	1	2	2	2	2	2

Blatt E:

	q	$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0	—	2	3	4	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

innerer Knoten C:

	q	$0^{C \rightarrow C}$	$1^{C \rightarrow D}$	$2^{C \rightarrow E}$	$2^{C \rightarrow A}$	$5^{C \rightarrow B}$
F	0	—	—	—	9	
	1	—	—	—	6	
	2	—	—	—		
G	1	6	6	6	6	6
	2	5	4	4	4	4

e) teste Anschluss von C an A

$$F(C, 1, L_C[4]) = \min \left\{ G(C, 1, L_C[4]), \right.$$

$$\left. 2^{C \rightarrow A} + F(D, 0, 3^{D \rightarrow A}) + F(E, 1, 4^{E \rightarrow A}) \right\}$$

Blatt B :

	q	$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D :

	q	$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0	—	1	3	3	6
	1	—	1	2	2	2
G	1	2	2	2	2	2

Blatt E :

	q	$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0	—	2	3	4	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

innerer Knoten C :

	q	$0^{C \rightarrow C}$	$1^{C \rightarrow D}$	$2^{C \rightarrow E}$	$2^{C \rightarrow A}$	$5^{C \rightarrow B}$
F	0	—	—	—	9	
	1	—	—	—	6	
	2	—	—	—		
G	1	6	6	6	6	6
	2	5	4	4	4	4

e) teste Anschluss von C an A

$$F(C, q, L_C[4]) = \min \left\{ G(C, q, L_C[4]), \right. \\ \left. 2^{C \rightarrow A} + \min \left\{ F(D, q_1, 3^{D \rightarrow A}) + F(E, q_2, 4^{E \rightarrow A}) \right\} \right\}$$

$$\begin{aligned} q_1 &\leq |V_{j(l)}| \\ q_2 &\leq |V_{j(r)}| \\ q_1 + q_2 &= q \end{aligned}$$

Blatt B:

	q	$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D:

	q	$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0	—	1	3	3	6
	1	—	1	2	2	2
G	1	2	2	2	2	2

Blatt E:

	q	$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0	—	2	3	4	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

innerer Knoten C:

	q	$0^{C \rightarrow C}$	$1^{C \rightarrow D}$	$2^{C \rightarrow E}$	$2^{C \rightarrow A}$	$5^{C \rightarrow B}$
F	0	—	—	—	9	
	1	—	—	—	6	
	2	—	—	—		
G	1	6	6	6	6	6
	2	5	4	4	4	4

q = 2: Logistikzentren verteilen



e) teste Anschluss von C an A

$$F(C, q, L_C[4]) = \min \{ G(C, q, L_C[4]),$$

$$2^{C \rightarrow A} + \min \{ F(D, q_1, 3^{D \rightarrow A}) + F(E, q_2, 4^{E \rightarrow A}) \} \}$$

$$q_1 \leq |V_{j(l)}|$$

$$q_2 \leq |V_{j(r)}|$$

$$q_1 + q_2 = q$$

Blatt B:

	q	$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D:

	q	$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0	—	1	3	3	6
	1	—	1	2	2	2
G	1	2	2	2	2	2

Blatt E:

	q	$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0	—	2	3	4	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

innerer Knoten C:

	q	$0^{C \rightarrow C}$	$1^{C \rightarrow D}$	$2^{C \rightarrow E}$	$2^{C \rightarrow A}$	$5^{C \rightarrow B}$
F	0	—	—	—	9	
	1	—	—	—	6	
	2	—	—	—		
G	1	6	6	6	6	6
	2	5	4	4	4	4

e) teste Anschluss von C an A

$$F(C, 2, L_C[4]) = \min \left\{ G(C, 2, L_C[4]), \right. \\ \left. 2^{C \rightarrow A} + F(D, 1, 3^{D \rightarrow A}) + F(E, 1, 4^{E \rightarrow A}) \right\}$$

Blatt B:

	q	$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D:

	q	$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0	—	1	3	3	6
	1	—	1	2	2	2
G	1	2	2	2	2	2

Blatt E:

	q	$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0	—	2	3	4	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

innerer Knoten C:

	q	$0^{C \rightarrow C}$	$1^{C \rightarrow D}$	$2^{C \rightarrow E}$	$2^{C \rightarrow A}$	$5^{C \rightarrow B}$
F	0	—	—	—	9	
	1	—	—	—	6	
	2	—	—	—	4	
G	1	6	6	6	6	6
	2	5	4	4	4	4

e) teste Anschluss von C an A

$$F(C, 2, L_C[4]) = \min \left\{ \boxed{G(C, 2, L_C[4])}, \right. \\ \left. 2^{C \rightarrow A} + F(D, 1, 3^{D \rightarrow A}) + F(E, 1, 4^{E \rightarrow A}) \right\}$$

Blatt B:

	q	$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D:

	q	$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0	—	1	3	3	6
	1	—	1	2	2	2
G	1	2	2	2	2	2

Blatt E:

	q	$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0	—	2	3	4	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

innerer Knoten C:

	q	$0^{C \rightarrow C}$	$1^{C \rightarrow D}$	$2^{C \rightarrow E}$	$2^{C \rightarrow A}$	$5^{C \rightarrow B}$
F	0	—	—	—	9	
	1	—	—	—	6	
	2	—	—	—	4	
G	1	6	6	6	6	6
	2	5	4	4	4	4

gehe für jedes v_j die Liste L_{v_j} durch mit $L_{v_j}[k] \equiv d^{v_j \rightarrow v_i}$ und $f_j(d^{v_j \rightarrow v_i}) = c^{v_j \rightarrow v_i}$

e) $v_i \in V_1 - V_j$: teste Anschluss an höherliegendes Logistikzentrum

$$F(v_j, q, L_{v_j}[k]) = \min \{ G(v_j, q, L_{v_j}[k]),$$

$$c^{v_j \rightarrow v_i} + \min \{ F(v_{j(l)}, q_1, d^{v_{j(l)} \rightarrow v_i}) + F(v_{j(r)}, q_2, d^{v_{j(r)} \rightarrow v_i}) \} \}$$

$$q_1 \leq |V_{j(l)}|$$

$$q_2 \leq |V_{j(r)}|$$

$$q_1 + q_2 = q$$

Blatt B :

	q	$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D :

	q	$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0	—	1	3	3	6
	1	—	1	2	2	2
G	1	2	2	2	2	2

Blatt E :

	q	$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0	—	2	3	4	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

innerer Knoten C :

	q	$0^{C \rightarrow C}$	$1^{C \rightarrow D}$	$2^{C \rightarrow E}$	$2^{C \rightarrow A}$	$5^{C \rightarrow B}$
F	0	—	—	—	9	18
	1	—	—	—	6	
	2	—	—	—	4	
G	1	6	6	6	6	6
	2	5	4	4	4	4

e) teste Anschluss von C an B

$$F(C, q, L_C[5]) = \min \left\{ G(C, q, L_C[5]), \right. \\ \left. 5^{C \rightarrow B} + \min \left\{ F(D, q_1, 6^{D \rightarrow B}) + F(E, q_2, 7^{E \rightarrow B}) \right\} \right\}$$

$$\begin{aligned} q_1 &\leq |V_{j(l)}| \\ q_2 &\leq |V_{j(r)}| \\ q_1 + q_2 &= q \end{aligned}$$

Blatt B:

	q	$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D:

	q	$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0	—	1	3	3	6
	1	—	1	2	2	2
G	1	2	2	2	2	2

Blatt E:

	q	$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0	—	2	3	4	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

innerer Knoten C:

	q	$0^{C \rightarrow C}$	$1^{C \rightarrow D}$	$2^{C \rightarrow E}$	$2^{C \rightarrow A}$	$5^{C \rightarrow B}$
F	0	—	—	—	9	18
	1	—	—	—	6	6
	2	—	—	—	4	4
G	1	6	6	6	6	6
	2	5	4	4	4	4

e) teste Anschluss von C an B

$$F(C, q, L_C[5]) = \min \left\{ \boxed{G(C, q, L_C[5])}, \right.$$

$$\left. 5^{C \rightarrow B} + \min \left\{ F(D, q_1, 6^{D \rightarrow B}) + F(E, q_2, 7^{E \rightarrow B}) \right\} \right\}$$

$$q_1 \leq |V_{j(l)}|$$

$$q_2 \leq |V_{j(r)}|$$

$$q_1 + q_2 = q$$

Blatt B:

	q	$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D:

	q	$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0	—	1	3	3	6
	1	—	1	2	2	2
G	1	2	2	2	2	2

Blatt E:

	q	$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0	—	2	3	4	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

innerer Knoten C:

	q	$0^{C \rightarrow C}$	$1^{C \rightarrow D}$	$2^{C \rightarrow E}$	$2^{C \rightarrow A}$	$5^{C \rightarrow B}$
F	0	—	—	—	9	18
	1	—	—	—	6	6
	2	—	—	—	4	4
G	1	6	6	6	6	6
	2	5	4	4	4	4

innerer Knoten A:

	q	$0^{A \rightarrow A}$	$2^{A \rightarrow C}$	$3^{A \rightarrow B}$	$3^{A \rightarrow D}$	$4^{A \rightarrow E}$
G	2					

gehe für jedes v_j die Liste L_{v_j} durch mit $L_{v_j}[k] \equiv d^{v_j \rightarrow v_i}$ und $f_j(d^{v_j \rightarrow v_i}) = c^{v_j \rightarrow v_i}$

a) $v_i = v_j$: v_j wird Logistikzentrum

$$G(v_j, q, L_{v_j}[1]) = c^{\uparrow v_j} + \min \left\{ F(v_{j(l)}, q_1, d^{v_{j(l)} \rightarrow v_j}) + F(v_{j(r)}, q_2, d^{v_{j(r)} \rightarrow v_j}) \right\}$$

$$\begin{aligned} q_1 &\leq |V_{j(l)}| \\ q_2 &\leq |V_{j(r)}| \\ q_1 + q_2 &= q - 1 \end{aligned}$$

Blatt B:

	q	$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D:

	q	$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0	—	1	3	3	6
	1	—	1	2	2	2
G	1	2	2	2	2	2

Blatt E:

	q	$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0	—	2	3	4	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

innerer Knoten C:

	q	$0^{C \rightarrow C}$	$1^{C \rightarrow D}$	$2^{C \rightarrow E}$	$2^{C \rightarrow A}$	$5^{C \rightarrow B}$
F	0	—	—	—	9	18
	1	—	—	—	6	6
	2	—	—	—	4	4
G	1	6	6	6	6	6
	2	5	4	4	4	4

innerer Knoten A:

	q	$0^{A \rightarrow A}$	$2^{A \rightarrow C}$	$3^{A \rightarrow B}$	$3^{A \rightarrow D}$	$4^{A \rightarrow E}$
G	2					

a) A wird Logistikzentrum

$$G(A, 2, 0^{A \rightarrow A}) = c^{\uparrow A} + \min \left\{ F(B, q_1, 3^{B \rightarrow A}) + F(C, q_2, 2^{C \rightarrow A}) \right\}$$

$$\begin{aligned} q_1 &\leq |V_{j(l)}| \\ q_2 &\leq |V_{j(r)}| \\ q_1 + q_2 &= 1 \end{aligned}$$

Blatt B:

	q	$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D:

	q	$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0	—	1	3	3	6
	1	—	1	2	2	2
G	1	2	2	2	2	2

Blatt E:

	q	$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0	—	2	3	4	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

innerer Knoten C:

	q	$0^{C \rightarrow C}$	$1^{C \rightarrow D}$	$2^{C \rightarrow E}$	$2^{C \rightarrow A}$	$5^{C \rightarrow B}$
F	0	—	—	—	9	18
	1	—	—	—	6	6
	2	—	—	—	4	4
G	1	6	6	6	6	6
	2	5	4	4	4	4

innerer Knoten A:

	q	$0^{A \rightarrow A}$	$2^{A \rightarrow C}$	$3^{A \rightarrow B}$	$3^{A \rightarrow D}$	$4^{A \rightarrow E}$
G	2					

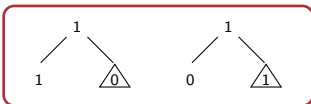
a) A wird Logistikzentrum

$$G(A, 2, 0^{A \rightarrow A}) = c^{\uparrow A} + \min \{ F(B, q_1, 3^{B \rightarrow A}) + F(C, q_2, 2^{C \rightarrow A}) \}$$

$$q_1 \leq |V_{j(t)}|$$

$$q_2 \leq |V_{j(r)}|$$

$$q_1 + q_2 = 1$$



Blatt B:

	q	$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D:

	q	$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0	—	1	3	3	6
	1	—	1	2	2	2
G	1	2	2	2	2	2

Blatt E:

	q	$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0	—	2	3	4	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

innerer Knoten C:

	q	$0^{C \rightarrow C}$	$1^{C \rightarrow D}$	$2^{C \rightarrow E}$	$2^{C \rightarrow A}$	$5^{C \rightarrow B}$
F	0	—	—	—	9	18
	1	—	—	—	6	6
	2	—	—	—	4	4
G	1	6	6	6	6	6
	2	5	4	4	4	4

innerer Knoten A:

	q	$0^{A \rightarrow A}$	$2^{A \rightarrow C}$	$3^{A \rightarrow B}$	$3^{A \rightarrow D}$	$4^{A \rightarrow E}$
G	2					

a) A wird Logistikzentrum

$$G(A, 2, 0^{A \rightarrow A}) = 4 + \min \left\{ F(B, 1, 3^{B \rightarrow A}) + F(C, 0, 2^{C \rightarrow A}), \right. \\ \left. F(B, 0, 3^{B \rightarrow A}) + F(C, 1, 2^{C \rightarrow A}) \right\}$$

Blatt B:

	q	$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D:

	q	$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0	—	1	3	3	6
	1	—	1	2	2	2
G	1	2	2	2	2	2

Blatt E:

	q	$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0	—	2	3	4	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

innerer Knoten C:

	q	$0^{C \rightarrow C}$	$1^{C \rightarrow D}$	$2^{C \rightarrow E}$	$2^{C \rightarrow A}$	$5^{C \rightarrow B}$
F	0	—	—	—	9	18
	1	—	—	—	6	6
	2	—	—	—	4	4
G	1	6	6	6	6	6
	2	5	4	4	4	4

innerer Knoten A:

	q	$0^{A \rightarrow A}$	$2^{A \rightarrow C}$	$3^{A \rightarrow B}$	$3^{A \rightarrow D}$	$4^{A \rightarrow E}$
G	2	13				

a) A wird Logistikzentrum

$$G(A, 2, 0^{A \rightarrow A}) = 4 + \min \{ F(B, 1, 3^{B \rightarrow A}) + F(C, 0, 2^{C \rightarrow A}),$$

$$F(B, 0, 3^{B \rightarrow A}) + F(C, 1, 2^{C \rightarrow A}) \}$$

Blatt B:

	q	$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D:

	q	$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0	—	1	3	3	6
	1	—	1	2	2	2
G	1	2	2	2	2	2

Blatt E:

	q	$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0	—	2	3	4	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

innerer Knoten C:

	q	$0^{C \rightarrow C}$	$1^{C \rightarrow D}$	$2^{C \rightarrow E}$	$2^{C \rightarrow A}$	$5^{C \rightarrow B}$
F	0	—	—	—	9	18
	1	—	—	—	6	6
	2	—	—	—	4	4
G	1	6	6	6	6	6
	2	5	4	4	4	4

innerer Knoten A:

	q	$0^{A \rightarrow A}$	$2^{A \rightarrow C}$	$3^{A \rightarrow B}$	$3^{A \rightarrow D}$	$4^{A \rightarrow E}$
G	2	13				

gehe für jedes v_j die Liste L_{v_j} durch mit $L_{v_j}[k] \equiv d^{v_j \rightarrow v_i}$ und $f_j(d^{v_j \rightarrow v_i}) = c^{v_j \rightarrow v_i}$

c) $v_i \in V_{j(r)}$: teste Anschluss an Logistikzentrum im rechten Unterbaum

$$G(v_j, q, L_{v_j}[k]) = \min \{ G(v_j, q, L_{v_j}[k-1]),$$

$$c^{v_j \rightarrow v_i} + \min \{ G(v_{j(r)}, q_2, d^{v_{j(r)} \rightarrow v_i}) + F(v_{j(l)}, q_1, d^{v_{j(l)} \rightarrow v_i}) \} \}$$

$$1 \leq q_2 \leq |V_{j(r)}|$$

$$q_1 \leq |V_{j(l)}|$$

$$q_1 + q_2 = q$$

Blatt B:

	q	$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D:

	q	$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0	—	1	3	3	6
	1	—	1	2	2	2
G	1	2	2	2	2	2

Blatt E:

	q	$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0	—	2	3	4	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

innerer Knoten C:

	q	$0^{C \rightarrow C}$	$1^{C \rightarrow D}$	$2^{C \rightarrow E}$	$2^{C \rightarrow A}$	$5^{C \rightarrow B}$
F	0	—	—	—	9	18
	1	—	—	—	6	6
	2	—	—	—	4	4
G	1	6	6	6	6	6
	2	5	4	4	4	4

innerer Knoten A:

	q	$0^{A \rightarrow A}$	$2^{A \rightarrow C}$	$3^{A \rightarrow B}$	$3^{A \rightarrow D}$	$4^{A \rightarrow E}$
G	2	13				

c) teste Anschluss von A an C im rechten Unterbaum

$$G(A, 2, L_A[2]) = \min \left\{ G(A, 2, L_A[1]), \right. \\ \left. c^{A \rightarrow C} + \min \left\{ G(C, q_2, 0^{C \rightarrow C}) + F(B, q_1, 5^{B \rightarrow C}) \right\} \right\} \\ \begin{matrix} 1 \leq q_2 \leq |V_{j(r)}| \\ q_1 \leq |V_{j(l)}| \\ q_1 + q_2 = 2 \end{matrix}$$

Blatt B:

	q	$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D:

	q	$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0	—	1	3	3	6
	1	—	1	2	2	2
G	1	2	2	2	2	2

Blatt E:

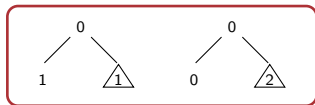
	q	$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0	—	2	3	4	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

innerer Knoten C:

	q	$0^{C \rightarrow C}$	$1^{C \rightarrow D}$	$2^{C \rightarrow E}$	$2^{C \rightarrow A}$	$5^{C \rightarrow B}$
F	0	—	—	—	9	18
	1	—	—	—	6	6
	2	—	—	—	4	4
G	1	6	6	6	6	6
	2	5	4	4	4	4

innerer Knoten A:

	q	$0^{A \rightarrow A}$	$2^{A \rightarrow C}$	$3^{A \rightarrow B}$	$3^{A \rightarrow D}$	$4^{A \rightarrow E}$
G	2	13				



c) teste Anschluss von A an C im rechten Unterbaum

$$G(A, 2, L_A[2]) = \min \{ G(A, 2, L_A[1]),$$

$$c^{A \rightarrow C} + \min \{ G(C, q_2, 0^{C \rightarrow C}) + F(B, q_1, 5^{B \rightarrow C}) \} \}$$

$$\begin{aligned} 1 \leq q_2 \leq |V_{j(r)}| \\ q_1 \leq |V_{j(l)}| \\ q_1 + q_2 = 2 \end{aligned}$$

Blatt B:

	q	$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D:

	q	$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0	—	1	3	3	6
	1	—	1	2	2	2
G	1	2	2	2	2	2

Blatt E:

	q	$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0	—	2	3	4	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

innerer Knoten C:

	q	$0^{C \rightarrow C}$	$1^{C \rightarrow D}$	$2^{C \rightarrow E}$	$2^{C \rightarrow A}$	$5^{C \rightarrow B}$
F	0	—	—	—	9	18
	1	—	—	—	6	6
	2	—	—	—	4	4
G	1	6	6	6	6	6
	2	5	4	4	4	4

innerer Knoten A:

	q	$0^{A \rightarrow A}$	$2^{A \rightarrow C}$	$3^{A \rightarrow B}$	$3^{A \rightarrow D}$	$4^{A \rightarrow E}$
G	2	13				

c) teste Anschluss von A an C im rechten Unterbaum

$$G(A, 2, L_A[2]) = \min \left\{ G(A, 2, L_A[1]), \right. \\ \left. 2^{A \rightarrow C} + \min \{ G(C, 1, 0^{C \rightarrow C}) + F(B, 1, 5^{B \rightarrow C}), \right. \\ \left. G(C, 2, 0^{C \rightarrow C}) + F(B, 0, 5^{B \rightarrow C}) \} \right\}$$

Blatt B:

	q	$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D:

	q	$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0	—	1	3	3	6
	1	—	1	2	2	2
G	1	2	2	2	2	2

Blatt E:

	q	$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0	—	2	3	4	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

innerer Knoten C:

	q	$0^{C \rightarrow C}$	$1^{C \rightarrow D}$	$2^{C \rightarrow E}$	$2^{C \rightarrow A}$	$5^{C \rightarrow B}$
F	0	—	—	—	9	18
	1	—	—	—	6	6
	2	—	—	—	4	4
G	1	6	6	6	6	6
	2	5	4	4	4	4

innerer Knoten A:

	q	$0^{A \rightarrow A}$	$2^{A \rightarrow C}$	$3^{A \rightarrow B}$	$3^{A \rightarrow D}$	$4^{A \rightarrow E}$
G	2	13				

c) teste Anschluss von A an C im rechten Unterbaum

$$G(A, 2, L_A[2]) = \min \{ G(A, 2, L_A[1]),$$

$$2^{A \rightarrow C} + \min \{ G(C, 1, 0^{C \rightarrow C}) + F(B, 1, 5^{B \rightarrow C}), \\ G(C, 2, 0^{C \rightarrow C}) + F(B, 0, 5^{B \rightarrow C}) \} \}$$

Blatt B:

	q	$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D:

	q	$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0	—	1	3	3	6
	1	—	1	2	2	2
G	1	2	2	2	2	2

Blatt E:

	q	$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0	—	2	3	4	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

innerer Knoten C:

	q	$0^{C \rightarrow C}$	$1^{C \rightarrow D}$	$2^{C \rightarrow E}$	$2^{C \rightarrow A}$	$5^{C \rightarrow B}$
F	0	—	—	—	9	18
	1	—	—	—	6	6
	2	—	—	—	4	4
G	1	6	6	6	6	6
	2	5	4	4	4	4

innerer Knoten A:

	q	$0^{A \rightarrow A}$	$2^{A \rightarrow C}$	$3^{A \rightarrow B}$	$3^{A \rightarrow D}$	$4^{A \rightarrow E}$
G	2	13				

c) teste Anschluss von A an C im rechten Unterbaum

$$G(A, 2, L_A[2]) = \min \left\{ G(A, 2, L_A[1]), \right. \\ \left. 2^{A \rightarrow C} + G(C, 1, 0^{C \rightarrow C}) + F(B, 1, 5^{B \rightarrow C}) \right\}$$

Blatt B:

	q	$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D:

	q	$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0	—	1	3	3	6
	1	—	1	2	2	2
G	1	2	2	2	2	2

Blatt E:

	q	$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0	—	2	3	4	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

innerer Knoten C:

	q	$0^{C \rightarrow C}$	$1^{C \rightarrow D}$	$2^{C \rightarrow E}$	$2^{C \rightarrow A}$	$5^{C \rightarrow B}$
F	0	—	—	—	9	18
	1	—	—	—	6	6
	2	—	—	—	4	4
G	1	6	6	6	6	6
	2	5	4	4	4	4

innerer Knoten A:

	q	$0^{A \rightarrow A}$	$2^{A \rightarrow C}$	$3^{A \rightarrow B}$	$3^{A \rightarrow D}$	$4^{A \rightarrow E}$
G	2	13	9			

c) teste Anschluss von A an C im rechten Unterbaum

$$G(A, 2, L_A[2]) = \min \{ G(A, 2, L_A[1]),$$

$$\boxed{2^{A \rightarrow C} + G(C, 1, 0^{C \rightarrow C}) + F(B, 1, 5^{B \rightarrow C}) \}$$

Blatt B:

	q	$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D:

	q	$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0	—	1	3	3	6
	1	—	1	2	2	2
G	1	2	2	2	2	2

Blatt E:

	q	$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0	—	2	3	4	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

innerer Knoten C:

	q	$0^{C \rightarrow C}$	$1^{C \rightarrow D}$	$2^{C \rightarrow E}$	$2^{C \rightarrow A}$	$5^{C \rightarrow B}$
F	0	—	—	—	9	18
	1	—	—	—	6	6
	2	—	—	—	4	4
G	1	6	6	6	6	6
	2	5	4	4	4	4

innerer Knoten A:

	q	$0^{A \rightarrow A}$	$2^{A \rightarrow C}$	$3^{A \rightarrow B}$	$3^{A \rightarrow D}$	$4^{A \rightarrow E}$
G	2	13	9			

gehe für jedes v_j die Liste L_{v_j} durch mit $L_{v_j}[k] \equiv d^{v_j \rightarrow v_i}$ und $f_j(d^{v_j \rightarrow v_i}) = c^{v_j \rightarrow v_i}$

b) $v_i \in V_{j(l)}$: teste Anschluss an Logistikzentrum im linken Unterbaum

$$G(v_j, q, L_{v_j}[k]) = \min \{ G(v_j, q, L_{v_j}[k-1]),$$

$$c^{v_j \rightarrow v_i} + \min \{ G(v_{j(l)}, q_1, d^{v_{j(l)} \rightarrow v_i}) + F(v_{j(r)}, q_2, d^{v_{j(r)} \rightarrow v_i}) \} \}$$

$$1 \leq q_1 \leq |V_{j(l)}|$$

$$q_2 \leq |V_{j(r)}|$$

$$q_1 + q_2 = q$$

Blatt B:

	q	$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D:

	q	$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0	—	1	3	3	6
	1	—	1	2	2	2
G	1	2	2	2	2	2

Blatt E:

	q	$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0	—	2	3	4	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

innerer Knoten C:

	q	$0^{C \rightarrow C}$	$1^{C \rightarrow D}$	$2^{C \rightarrow E}$	$2^{C \rightarrow A}$	$5^{C \rightarrow B}$
F	0	—	—	—	9	18
	1	—	—	—	6	6
	2	—	—	—	4	4
G	1	6	6	6	6	6
	2	5	4	4	4	4

innerer Knoten A:

	q	$0^{A \rightarrow A}$	$2^{A \rightarrow C}$	$3^{A \rightarrow B}$	$3^{A \rightarrow D}$	$4^{A \rightarrow E}$
G	2	13	9			

b) teste Anschluss von A an B im linken Unterbaum

$$G(A, 2, L_A[3]) = \min \{ G(A, 2, L_A[2]),$$

$$3^{A \rightarrow B} + \min \{ G(B, q_1, 0^{B \rightarrow B}) + F(C, q_2, 5^{C \rightarrow B}) \} \}$$

$$1 \leq q_1 \leq |V_{j(l)}|$$

$$q_2 \leq |V_{j(r)}|$$

$$q_1 + q_2 = 2$$

Blatt B:

	q	$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D:

	q	$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0	—	1	3	3	6
	1	—	1	2	2	2
G	1	2	2	2	2	2

Blatt E:

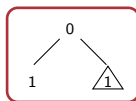
	q	$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0	—	2	3	4	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

innerer Knoten C:

	q	$0^{C \rightarrow C}$	$1^{C \rightarrow D}$	$2^{C \rightarrow E}$	$2^{C \rightarrow A}$	$5^{C \rightarrow B}$
F	0	—	—	—	9	18
	1	—	—	—	6	6
	2	—	—	—	4	4
G	1	6	6	6	6	6
	2	5	4	4	4	4

innerer Knoten A:

	q	$0^{A \rightarrow A}$	$2^{A \rightarrow C}$	$3^{A \rightarrow B}$	$3^{A \rightarrow D}$	$4^{A \rightarrow E}$
G	2	13	9			



b) teste Anschluss von A an B im linken Unterbaum

$$G(A, 2, L_A[3]) = \min \{ G(A, 2, L_A[2]),$$

$$3^{A \rightarrow B} + \min \{ G(B, q_1, 0^{B \rightarrow B}) + F(C, q_2, 5^{C \rightarrow B}) \} \}$$

$$1 \leq q_1 \leq |V_{j(l)}|$$

$$q_2 \leq |V_{j(r)}|$$

$$q_1 + q_2 = 2$$

Blatt B:

	q	$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D:

	q	$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0	—	1	3	3	6
	1	—	1	2	2	2
G	1	2	2	2	2	2

Blatt E:

	q	$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0	—	2	3	4	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

innerer Knoten C:

	q	$0^{C \rightarrow C}$	$1^{C \rightarrow D}$	$2^{C \rightarrow E}$	$2^{C \rightarrow A}$	$5^{C \rightarrow B}$
F	0	—	—	—	9	18
	1	—	—	—	6	6
	2	—	—	—	4	4
G	1	6	6	6	6	6
	2	5	4	4	4	4

innerer Knoten A:

	q	$0^{A \rightarrow A}$	$2^{A \rightarrow C}$	$3^{A \rightarrow B}$	$3^{A \rightarrow D}$	$4^{A \rightarrow E}$
G	2	13	9			

b) teste Anschluss von A an B im linken Unterbaum

$$G(A, 2, L_A[3]) = \min \left\{ G(A, 2, L_A[2]), \right. \\ \left. 3^{A \rightarrow B} + G(B, 1, 0^{B \rightarrow B}) + F(C, 1, 5^{C \rightarrow B}) \right\}$$

Blatt B:

	q	$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D:

	q	$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0	—	1	3	3	6
	1	—	1	2	2	2
G	1	2	2	2	2	2

Blatt E:

	q	$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0	—	2	3	4	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

innerer Knoten C:

	q	$0^{C \rightarrow C}$	$1^{C \rightarrow D}$	$2^{C \rightarrow E}$	$2^{C \rightarrow A}$	$5^{C \rightarrow B}$
F	0	—	—	—	9	18
	1	—	—	—	6	6
	2	—	—	—	4	4
G	1	6	6	6	6	6
	2	5	4	4	4	4

innerer Knoten A:

	q	$0^{A \rightarrow A}$	$2^{A \rightarrow C}$	$3^{A \rightarrow B}$	$3^{A \rightarrow D}$	$4^{A \rightarrow E}$
G	2	13	9	9		

b) teste Anschluss von A an B im linken Unterbaum

$$G(A, 2, L_A[3]) = \min \left\{ \boxed{G(A, 2, L_A[2])}, \right. \\ \left. 3^{A \rightarrow B} + G(B, 1, 0^{B \rightarrow B}) + F(C, 1, 5^{C \rightarrow B}) \right\}$$

Blatt B:

	q	$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D:

	q	$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0	—	1	3	3	6
	1	—	1	2	2	2
G	1	2	2	2	2	2

Blatt E:

	q	$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0	—	2	3	4	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

innerer Knoten C:

	q	$0^{C \rightarrow C}$	$1^{C \rightarrow D}$	$2^{C \rightarrow E}$	$2^{C \rightarrow A}$	$5^{C \rightarrow B}$
F	0	—	—	—	9	18
	1	—	—	—	6	6
	2	—	—	—	4	4
G	1	6	6	6	6	6
	2	5	4	4	4	4

innerer Knoten A:

	q	$0^{A \rightarrow A}$	$2^{A \rightarrow C}$	$3^{A \rightarrow B}$	$3^{A \rightarrow D}$	$4^{A \rightarrow E}$
G	2	13	9	9		

gehe für jedes v_j die Liste L_{v_j} durch mit $L_{v_j}[k] \equiv d^{v_j \rightarrow v_i}$ und $f_j(d^{v_j \rightarrow v_i}) = c^{v_j \rightarrow v_i}$

c) $v_i \in V_{j(r)}$: teste Anschluss an Logistikzentrum im rechten Unterbaum

$$G(v_j, q, L_{v_j}[k]) = \min \{ G(v_j, q, L_{v_j}[k-1]),$$

$$c^{v_j \rightarrow v_i} + \min \{ G(v_{j(r)}, q_2, d^{v_{j(r)} \rightarrow v_i}) + F(v_{j(l)}, q_1, d^{v_{j(l)} \rightarrow v_i}) \} \}$$

$$1 \leq q_2 \leq |V_{j(r)}|$$

$$q_1 \leq |V_{j(l)}|$$

$$q_1 + q_2 = q$$

Blatt B :

	q	$0^{B \rightarrow B}$	$3^{B \rightarrow A}$	$5^{B \rightarrow C}$	$6^{B \rightarrow D}$	$7^{B \rightarrow E}$
F	0	—	3	5	6	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

Blatt D :

	q	$0^{D \rightarrow D}$	$1^{D \rightarrow C}$	$3^{D \rightarrow E}$	$3^{D \rightarrow A}$	$6^{D \rightarrow B}$
F	0	—	1	3	3	6
	1	—	1	2	2	2
G	1	2	2	2	2	2

Blatt E :

	q	$0^{E \rightarrow E}$	$2^{E \rightarrow C}$	$3^{E \rightarrow D}$	$4^{E \rightarrow A}$	$7^{E \rightarrow B}$
F	0	—	2	3	4	7
	1	—	1	1	1	1
G	1	1	1	1	1	1

innerer Knoten C :

	q	$0^{C \rightarrow C}$	$1^{C \rightarrow D}$	$2^{C \rightarrow E}$	$2^{C \rightarrow A}$	$5^{C \rightarrow B}$
F	0	—	—	—	9	18
	1	—	—	—	6	6
	2	—	—	—	4	4
G	1	6	6	6	6	6
	2	5	4	4	4	4

innerer Knoten A :

	q	$0^{A \rightarrow A}$	$2^{A \rightarrow C}$	$3^{A \rightarrow B}$	$3^{A \rightarrow D}$	$4^{A \rightarrow E}$
G	2	13	9	9	9	9

c) teste Anschluss von A an D bzw. E im rechten Unterbaum

Übersicht

TODO-Liste

- Baum $\rightsquigarrow$ binärer Baum ✓
- Distanzlisten erstellen ✓
- Tamirs Algorithmus
 - Blätter ✓
 - innere Knoten ✓
 - Lösungskonstruktion

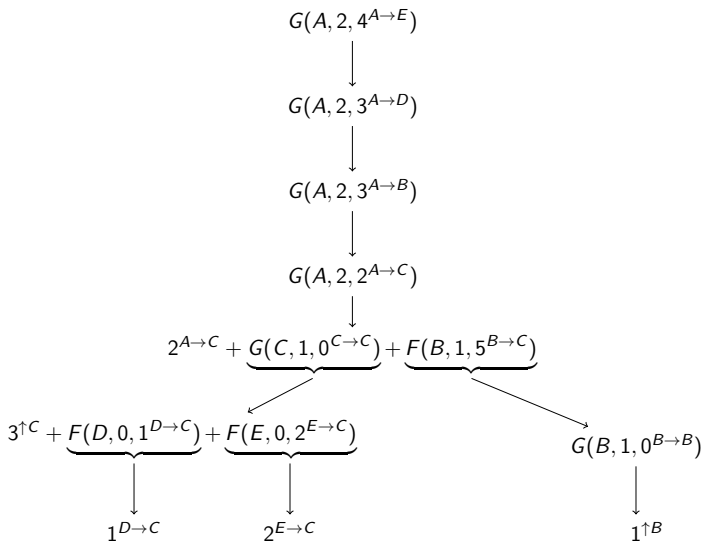
Lösungskonstruktion

- starte mit $G(v_1, p, L_{v_1}[|V|])$
 - löse für jeden optimalen Kostenwert die Funktionen $G(v_j, q, d)$ bzw. $F(v_j, q, d)$ auf
 - $c^{\uparrow v_j}$: v_j wird Logistikzentrum
 - $c^{v_j \rightarrow v_i}$: v_j schließt sich Logistikzentrum v_i an
 - top-down-Ansatz
- 

$$G(v_j, q, L_{v_j}[k]) = \min \left\{ G(v_j, q, L_{v_j}[k-1]), \right. \\ \left. c^{v_j \rightarrow v_l} + G(v_{j(l)}, q_1, c^{v_{j(l)} \rightarrow v_i}) + F(v_{j(r)}, q_2, c^{v_{j(r)} \rightarrow v_i}) \right\}$$

Tamirs Algorithmus - Beispiel (fortgesetzt)

Lösungskonstruktion:



Übersicht

TODO-Liste

- Baum $\rightsquigarrow$ binärer Baum ✓
- Distanzlisten erstellen ✓
- Tamirs Algorithmus
 - Blätter ✓
 - innere Knoten ✓
 - Lösungskonstruktion ✓
- Laufzeitanalyse

Laufzeitanalyse

Satz

Tamirs Algorithmus berechnet das p -Median Problem auf Bäumen in $\mathcal{O}(pn^2)$.

```

1 foreach  $v_j \in V$  do                                     //  $\mathcal{O}(n)$ 
2   foreach Eintrag in  $L_{v_j}$  do                         //  $\mathcal{O}(n)$ 
3     Lösungswert berechnen
4     und Logistikzentren
5     in  $T_j$  verteilen;    //  $\mathcal{O}(\min\{|V_{j(l)}|, p\} \cdot \min\{|V_{j(r)}|, p\})$ 
6   end
7 end

```

$$\mathcal{O}(p^2 \cdot n^2)$$

$$c^{v_j \rightarrow v_i} + \min \left\{ G(v_{j(l)}, q_1, c^{v_{j(l)} \rightarrow v_i}) + F(v_{j(r)}, q_2, c^{v_{j(r)} \rightarrow v_i}) \right\}$$

$$1 \leq q_1 \leq |V_{j(l)}|$$

$$q_2 \leq |V_{j(r)}|$$

$$q_1 + q_2 = q$$

$\mathcal{O}(pn^2)$

- polynomielle Laufzeit
- genauere Laufzeitabschätzung möglich
 - Verteilung der Logistikzentren nicht überall nötig (Blätter, ...)
 - nur wenige Knoten, an denen alle Fälle berechnet werden
 - graphentheoretische Überlegungen $\Rightarrow \mathcal{O}(pn^2)$

Übersicht

TODO-Liste

- Baum $\rightsquigarrow$ binärer Baum ✓
- Distanzlisten erstellen ✓
- Tamirs Algorithmus
 - Blätter ✓
 - innere Knoten ✓
 - Lösungskonstruktion ✓
- Laufzeitanalyse ✓

Zusammenfassung

- **Aufgabe:** Finde für einen Baum $T = (V, E)$ eine Menge $V_{\text{Logistik}} \subseteq V$ mit $1 \leq |V_{\text{Logistik}}| \leq p$, so dass

$$\sum_{v_j \in V_{\text{Logistik}}} c^{\uparrow v_j} + \sum_{v_i \in V} \min_{v_j \in V_{\text{Logistik}}} c^{v_i \rightarrow v_j}$$

minimal wird.

- **Lösung:** Tamirs Algorithmus für (binäre) Bäume
 - partitionierender Clustering-Algorithmus
 - dynamische Programmierung (bottom-up-Ansatz)
 - Laufzeit: $\mathcal{O}(pn^2)$